

۱- تابع در هر ضابطه پیوسته است پس نقطه تعریف ضابطه ہمارا چک مائیں

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} a + \sqrt{x} = b + \sqrt{1}$$

$$\Rightarrow a + 1 = b \quad \boxed{I}$$

تابع در نقطہ ۰ مشتق ناپذیر است  $\Rightarrow$   $x < 1 : f(x) = a + \sqrt{x} = a + |x| \Rightarrow$

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + |x| - a}{x - 0} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = -1 \end{cases}$$

پس بدقت مشتق ناپذیر است پس تابع در ۱ مشتق پذیر است:

$$f'_+(1) = f'_-(1) \Rightarrow x < 1 : f(x) = a + \sqrt{x} = a + |x| \Rightarrow f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{a + |x| - a - 1}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x| - 1}{x - 1} = \frac{a - 1}{x - 1} = 1$$

$$x \geq 1 : f(x) = b + \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'_+(1) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{b}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{a = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b = 1} \quad \boxed{II}$$

$$f(x) = \frac{1}{2} + \sqrt{x} \quad g(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2}} = \frac{|x-1| + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2}} \quad - 2$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}} = \frac{f(x)}{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}}$$

$$\Rightarrow f'(x) - x g'(x) = f'(x) - x \left( \frac{f(x)}{x} + h(x) \right)' = f''(x) - x \left( \frac{f'(x)}{x} + h'(x) \right)$$

$$= f'(x) - f'(x) - x h'(x) = -x h'(x) = -x \left( \frac{\sqrt{x}}{x^2} \right)' = -x \left( \frac{\sqrt{x} x^{-\frac{1}{2}}}{x^2} \right)'$$

$$= -x \left( \sqrt{x} x^{-\frac{1}{2}} \right)' = -x \left( \sqrt{x} x^{-\frac{1}{2}} \right)' = \frac{\sqrt{x}}{x} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{x}}{x}$$

$$5- \text{اگر تابع } f \text{ به صورت } f(x) = b + c \left[ \frac{1}{x-a} \right] \text{ باشد:}$$

دو تابع در هر نقطه مشتق پذیر است پس در  $a$  نیز باید مشتق پذیر باشد ( $a \neq 0$ )

$$f(x) = f'(a) \Rightarrow f(x) = b + c \Rightarrow f'(a) = b \quad \text{و} \quad b = \frac{1}{a^2} \quad \text{II}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f'(a) = -\frac{1}{a^2} \Rightarrow b = -\frac{1}{a^2}$$

$$\text{I: } b + c \cdot \frac{1}{a} = b + c \cdot \frac{1}{a^2} \Rightarrow \boxed{c = -a^2}$$

6- از آنجا که  $a$  می تواند هر عددی باشد پس مقادیر مشتق در آن مقادیر است و حاصل که از آن وجود است:

$$f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + c(x-a)^m & x \geq a \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ m(x-a)^{m-1} & x > a \end{cases}$$

این  $m \geq 1$  باشد و می تواند برابر صفر باشد پس غیر قابل

$$m \geq 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a^+} m(x-a)^0 = m = 1 \quad \checkmark$$

$$m = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a^+} m(x-a)^0 = 0 \quad \times$$

توجه کنید که  $m$  می تواند اختیار کند  $\frac{1}{2}$  است  $(m \geq 1)$

$$7- (f \circ g)'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x))$$

$$\Rightarrow g'(\sqrt{x}) \cdot f'(g(\sqrt{x})) = (f \circ g)'(\sqrt{x})$$

$$f \circ g(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2 + 2x} - \frac{1}{x^2 + 2x}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2 + 2x} - \frac{1}{x^2 + 2x}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2 + 2x} - \frac{1}{x^2 + 2x}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2 + 2x} - \frac{1}{x^2 + 2x}}} = \frac{1}{\frac{1}{x^2 + 2x}} = x^2 + 2x \Rightarrow (f \circ g)'(x) = 2x + 2$$

$$\Rightarrow (f \circ g)'(\sqrt{c}) = 2\sqrt{c} + 2$$

$$g(a), f(a)$$

$$g'(a), f'(a)$$

۶- اگر فکلی بر نمودار  $f$  مماس باشد پس  $(a, f(a))$  :  
 نقطه مماس  $\rightarrow$  نقطه  $a$

$$y = a_n \cdot x \Rightarrow -a_n \cdot x, f(x)$$

$$y' = -a \rightarrow -a = f'(x)$$

طبق سوال:  $f'(x) = f(x)$

$$\Rightarrow -a - (-a_n \cdot x) = 1 \rightarrow a_n \cdot x = a + 1 \Rightarrow a = -1 \cdot x$$

$$\rightarrow f(x) = -x \cdot x$$

$$f'(x) = 1 \cdot x$$

$$\rightarrow \frac{f(x)}{f'(x)} = \frac{-x^2}{1 \cdot x} = -x$$

$$(f \circ g)'(x), g'(x), f'(g(x))$$

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \Rightarrow g'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{(x^2+1)^3}}$$

$$f(x) = (x[x^2 + \frac{1}{x}])' \rightarrow f'(x) = 2(x[x^2 + \frac{1}{x}]) [2x + \frac{-1}{x^2}]$$

$$\Rightarrow (f \circ g)'(\frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{\frac{-4}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{16}} \cdot 2(2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{-4}{\sqrt{2}} \cdot 2 = -4\sqrt{2}$$

$$g(\frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow \frac{(f \circ g)'(\frac{1}{\sqrt{2}})}{-4\sqrt{2}} = \frac{-4\sqrt{2}}{-4\sqrt{2}} = 1$$

$$g(n, f(x, 1) + f(x, 1)) \rightarrow g'(n, f'(x, 1) + r f'(x, 1)) \quad - 1$$

$$\rightarrow g'(1), f'(1) + r f'(1)$$

$$f(x), f(x+1) \quad : \text{من تابع ساده است}$$

$$f'(n), f'(x, 1) \rightarrow f'(1), f'(1, 1), f'(1)$$

$$\Rightarrow g'(1), f'(1) + r f'(1), \sum f'(1), \sum \frac{r}{1} \quad - 2$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x, h) - r f'(x, h) + r}{h(x-h)} \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-r f'(x, h) f'(x, h) + r f'(x, h)}{-h + d}$$

$$= \frac{-r f'(x) f'(x) + r f'(x)}{d}$$

$$f'(x), 1 \times \sqrt{x}, r, f'(x), 1 \times \sqrt{x+r} + \frac{1 \times (x-r)}{r \sqrt{x+r}}$$

$$\rightarrow f'(x), r + \frac{1}{r \times \epsilon} \leq \frac{1}{1c}, \frac{cd}{1c}$$

$$\Rightarrow \frac{-r f'(x) f'(x) + r f'(x)}{d}, \frac{-r \times r \times \frac{cd}{1c} + \frac{cd \times cd}{1c}}{d}, \left[ -\frac{c}{1c} + \frac{1d}{1c}, -\frac{d}{1c} \right]$$

$$y, y - r_n, 1 \Rightarrow y, \frac{r_{n+1}}{s} \Rightarrow m, \frac{1}{s} \Rightarrow m', s - r \quad - 1$$

$$\Rightarrow y, s + 2 - \epsilon \Rightarrow y', t_n \epsilon, s - r \approx 2, 1$$

$$\text{جواب: } (1, r)$$