نام و نام خانوادگی ...آروین...خالق‌زاده... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....

آفرین ۱۹٫۵

۱

$$f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^2} & ; x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & ; x\geq 1 \end{cases} \xrightarrow[\text{مشتق پذیر باشد}]{\text{فقط در یک نقطه}} x\to 1 \Rightarrow a+\sqrt{x^2}=b\sqrt[3]{x^2} \overset{x=1}{\Rightarrow} a+1=b \quad ⊛$$

$$\overset{x\to 1}{} (a+|x|)'=(a+x)'=1$$

$$*\ a+\sqrt{x^2}=a+|x| \rightarrow \text{در (۰) مشتق ناپذیر}$$

$$\Rightarrow f'(1)=f'(1) \Rightarrow \frac{2b}{3\sqrt[3]{x}}=\frac{2b}{3\sqrt[3]{1}}=\frac{2b}{3}=1 \Rightarrow b=\frac{3}{2} \ ⊛ \Rightarrow a=\frac{1}{2} \Rightarrow a+b=2$$

۲

۲

$$f(x)=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}},\quad g(x)=\frac{\overbrace{\sqrt{x^2-4x+4}}^{\text{فرودج}}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow g(x)=\frac{|x-2|}{\sqrt[3]{x^2}}+\frac{\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\underbrace{\frac{1}{2}f(x)}+\underbrace{\frac{\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}}_{⊗}$$

$$\hookrightarrow \frac{2|x-2|}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\Rightarrow f'(1)-2g'(1)=f'(1)-2\times\frac{1}{2}f'(1)+-2⊗'=-2\left(\frac{-\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}\right)'=-2\left(\frac{-\sqrt{3}x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}}\right)'=-2\left(-\sqrt{3}x^{\frac{1}{2}}\times x^{-\frac{2}{3}}\right)$$

$$=-2\left(\sqrt{3}x^{-\frac{1}{6}}\right)=-2\times\sqrt{3}\times-\frac{1}{6}\times x^{-\frac{7}{6}}=\frac{\sqrt{3}}{3}x^{-\frac{7}{6}}\xrightarrow{x=1}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

۲

۳

$$f(x)=\begin{cases} bx+c & ; x<a \\ \frac{1}{x} & ; x\geq a \end{cases} \quad a\neq 0 \quad \xrightarrow[x=a]{\text{همه جا مشتق پذیر}} \left| \begin{array}{l} b=-\frac{1}{x^2} \Rightarrow b=\frac{-1}{a^2} \\ bx+c=\frac{1}{x} \Rightarrow ba+c=\frac{1}{a} \Rightarrow \frac{-1}{a}+c=\frac{1}{a} \Rightarrow c=\frac{2}{a} \ * \end{array}\right.$$

$$* \Rightarrow a\times c=a\times\frac{2}{a}=2$$

۲

۴

$$f(x)=\begin{cases} b & ; x<a \\ b+(x-a)^m & ; x\geq a \end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases} 0 & x<a \\ m(x-a)^{m-1} & x\geq a \end{cases} \Rightarrow \lim_{x\to a^+} m(x-a)^{m-1}\neq 0$$

⇒ اینجا اگر m رو هر چیزی جز 1 باشه جواب معادله (۰) میشه در نتیجه تنها جوابی که برای m وجود دارد (1) است

$$\Rightarrow \lim m(0)^0=m\times 1=m=1$$

۲

۵

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}} \quad (f\circ g)'=? \Rightarrow (f\circ g)'(-\sqrt[3]{2})=?$$

$$g(x)=\frac{1}{x^3-|x^3|} \xRightarrow[x=-\sqrt[3]{2}]{x<0} f\circ g=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3+x^3}+\frac{1}{x^3+x^3}}}=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{2x^3}+\frac{1}{2x^3}}}=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}x^3}}}=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3}}}=\frac{1}{\frac{1}{x}}$$

$$\Rightarrow =x \Rightarrow f\circ g(x)=x \Rightarrow (f\circ g)'(-\sqrt[3]{2})=1$$

۲

۶	$y = -ax \qquad -a + 3a + d = 2 \Rightarrow 2a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$ $\circledast$ $f(3) = -3a - d$ $\circledast$ $\Rightarrow f(3) = \frac{9}{2} - \frac{10}{2} = -\frac{1}{2}$ * $\Rightarrow \frac{f'(3)}{f(3)} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = \cancel{-3}$ [illegible] $-\frac{1}{3}$ $f'(3) = -a$ $\circledast$ $\Rightarrow f'(3) = \frac{3}{2}$ * سوال $\frac{f(3)}{f'(3)}$ را می‌خواهد :) $\frac{f(3)}{f'(3)} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}$ ۲
۷	$f(x) = \left(x\left[x^2 + \frac{1}{2}\right]\right)^2 + 1 \qquad g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) f'\left(g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)\right) \qquad g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{9}{8} - 1}} = 2$ $\circledast$ $g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 1}} \Rightarrow g'(x) = \frac{-2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^4}}$ $\Rightarrow \circledast = \frac{\frac{-6}{3\sqrt{8}}}{\frac{3}{2}} \times 2\overset{64}{\cancel{(2 \times 4) \times 4}} = -64\sqrt{2}$ $f'(x) = 2\left(x\left[x^2 + \frac{1}{2}\right]\right)\left[x^2 + \frac{1}{2}\right]$ $\frac{-64\sqrt{2}}{-128\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$ ۱٫۵
۸	$f'(-1) = \frac{3}{2}$ $T = 5$ $\circledast$, $g(x) = f(x+1) + f(3x+10)$ $\quad g'(-2) = f'(-1) + 3f'(4) = 4f'(-1)$ $\circledast$ $3f'(-1)$ $4f'(-1) = 4 \times \frac{3}{2} = 6$ ۲
۹	$\lim\limits_{h \to 0} \frac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{h(5-h)} \xrightarrow{H.P} \frac{-2f'(5-h)f(5-h) + 3f'(5-h)}{5-2h} = \frac{-2f'(5)f(5) + 3f'(5)}{5} \Rightarrow$ $f(x) = (x-4)\sqrt[3]{x+3} \Rightarrow f'(x) = \sqrt[3]{x+3} + (x-4)\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}} \Rightarrow f'(5) = 2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12}$ $\frac{-2f(5)f'(5) + 3f'(5)}{5} = \frac{-2 \times 2 \times \frac{25}{12} + \frac{25}{4}}{5} = -\frac{5}{12}$ ۲
۱۰	$y = x^2 - 4x + 5$ $6y - 3x = -1 \Rightarrow 6y = 3x - 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{6} \Rightarrow$ شیب $= \frac{1}{2} \Rightarrow$ شیب عمود $= -2$ * * $y' = -2$ $\Rightarrow y' = 2x - 4 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 1 - 4 + 5 = 2 \Rightarrow (1,2) \Rightarrow y = -2x + a \Rightarrow 2 = -2 + a \Rightarrow a = 4 \Rightarrow y = -2x + 4$ ۲

$$(f o g)' = g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) \times f'(g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}))$$

$$g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) = \frac{1}{\sqrt[۳]{\frac{۹}{۸}-1}} = ۲ \longrightarrow g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) \times f'(۲)$$

$$g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) = -\frac{1}{۳}(x^{۲}-1)^{-\frac{۴}{۳}} \times ۲x = \frac{۶}{\sqrt{۸}} \times -\frac{1}{۳} \times (\frac{۹}{۸}-1)^{-\frac{۴}{۳}} = -\frac{۲}{\sqrt{۸}} \times (۲^{-۳})^{-\frac{۴}{۳}}$$

$$= -\frac{۲^{۵} \times \sqrt{۲}}{۴} = -۸\sqrt{۸}$$

$$f(x),\ x = ۲ \longrightarrow f(x) = x[\varepsilon]^{۲}+1 = ۳x^{۲}+1 \longrightarrow f'(۲) = ۳۲(۲) = ۶۴$$

$$\frac{-۸\sqrt{۲} \times ۶\cancel{۴}}{-۱\underset{۲}{\cancel{۲}}۸\sqrt{۲}} = \boxed{۴}$$