۹/۵

نام و نام خانوادگی نوشته نشده است! نمره شما صفر لحاظ می‌شود!

$f(x) = -ax - 5$ $\longrightarrow a = -\frac{۳}{۲}$ $\longrightarrow f'(3) - f(3) = 2 \longrightarrow -a + ۳a + ۵ = ۲ \longrightarrow ۲a = -۳$ $\longrightarrow f(x) = +\frac{۳}{۲}x - ۵ \longrightarrow f'(3) = \frac{۳}{۲}$, $f(۳) = \frac{۹}{۲} - ۵ = -\frac{۱}{۲} \longrightarrow \frac{f(۳)}{f'(۳)} = \frac{-\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۲}} = -\frac{۱}{۳}$	۲	۶
$f(x) = \left(x\left[x^۲ + \frac{۱}{۲}\right]\right)^۲ + ۱ \longrightarrow fog(x) \longrightarrow \left(\frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲-۱}}\left[۴ + \frac{۱}{۲}\right]\right)^۲ + ۱$ $g(x) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲-۱}}$ $\longrightarrow \left(\frac{۴}{\sqrt[۳]{x^۲-۱}}\right)^۲ + ۱ \longrightarrow \frac{۸ \times ۲x}{۳(\sqrt[۳]{x^۲-۱})} \cdot ۲\left(\frac{۴}{\sqrt[۳]{x^۲-۱}}\right)$ $\longrightarrow -\frac{۱۶ \times \frac{۳}{\sqrt{۸}}}{۳ \times \frac{۱}{۲}} \times \frac{۴}{\frac{۲}{۲}} = -۸\sqrt{۸} \times ۸ = ۶۴\sqrt{۸} \longrightarrow -\frac{۶۴\sqrt{۸}}{۱۲۸\sqrt{۸}} = -\frac{۱}{۲}$	۱/۵	۷
$f'(-۱) = \frac{۳}{۲}$ $T = ۵ \longrightarrow f(-۱) = f(۴)$, $f'(-۱) = f'(۴)$ $g(x) = f(x+۱) + f(۳x+۱۰) \longrightarrow f'(x+۱) + ۳f'(۳x+۱۰)$ $g'(-۲) = ?$ $\longrightarrow f'(-۱) + ۳f'(۴) \longrightarrow \frac{۳}{۲} + \frac{۹}{۲} = \frac{۱۲}{۲} = ۶$	۲	۸
$f(x) = (x-۴)\sqrt[۳]{x+۳} \longrightarrow f(۵) = ۲$ $\lim_{h \to 0} \frac{f^۲(۵-h) - ۳f(۵-h) + ۲}{h(۵-h)} \longrightarrow \frac{(f(۵-h)-۱)(f(۵-h)-۲)}{h(۵-h)}$ $\frac{f'(۵)(f(۵-h)-۱)}{(۵-h)} = -\frac{۲۵}{۱۲} \times \frac{۱}{۵} = -\frac{۵}{۱۲}$	۲	۹
$۴y - ۲x = ۱ \longrightarrow ۴y = ۲x + ۱ \longrightarrow y = \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۴} \longrightarrow y = -۲x + ۵$ $y = x^۲ - ۴x + ۵ \longrightarrow ۲x - ۴$ $\longrightarrow -۲x = ۲x - ۴ \longrightarrow x = ۱$ $A(۱, ۲)$	۲	۱۰

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) \rightsquigarrow \boxed{a+1=b} \qquad f(x) = \begin{cases} a+|x| & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$$ 1

$$f'_+(1) = f'_-(1) \rightsquigarrow b\times \frac{2x}{3\sqrt[3]{x}} = 1 \to b\times\frac{2}{3} = 1 \to \boxed{b=\frac{3}{2}}$$

$$a = b-1 \to a = \frac{1}{2} \rightsquigarrow a+b = \frac{4}{2} = \boxed{2}$$

تابع $|x|$ تنها نقطه‌ی مشتق ناپذیر در $x=0$ است (نقطه‌ی گوشه‌ای) پس در ۱ مشتق‌پذیر است.

$$f(x) = \frac{4-2x}{\sqrt[3]{x^2}} \to f'(1) = \frac{-2(\sqrt[3]{1}) - \frac{2}{3}(1)^{-\frac{1}{3}}(4-2)}{\sqrt[3]{1}} = -\frac{10}{3}$$ 2

$$g(x) = \frac{|x-2| + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \to g'(1) = \frac{\left(-1 + \frac{3}{2\sqrt{3}}\right)(1) - \frac{2}{3\sqrt[3]{1}}(1+\sqrt{3})}{\sqrt[3]{1^4}}$$

$$g'(1) = -1 + \frac{3\sqrt{3}}{6} - \frac{2}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} = -\frac{5}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$f'(1) - 2g'(1) = -\frac{10}{3} + \frac{10}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{6} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

نقطه گوشه‌ای $\to f_+(a) = f_-(a)$ 4

$m=0 \to$ مشتق هر ۲ ضابطه ۰ است ✗

$m=1 \to f'_-(a) = 0 \ , \ f'_+(a) = 1$ ✓ $\to \boxed{m=1}$

$\geq 2 \to f'_-(a) = 0 \ , \ f'_+(a) = m(\underbrace{x-a}_{a-a=0})^{m-1}$ ✗

۵

$$g(-\sqrt[3]{2}) = \frac{1}{(-\sqrt[3]{2})^{3} - |-\sqrt[3]{2}|^{3}} = \frac{1}{-2-2} = -\frac{1}{4}$$

$$f(-\tfrac{1}{4}) = \frac{1}{\sqrt[3]{-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}}} = (-\tfrac{1}{2})^{-\frac{1}{3}} = -(2)^{-1\times-\frac{1}{3}} = -2^{\frac{1}{3}} = \boxed{-\sqrt[3]{2}} \rightarrow f\circ g(x) = x$$

$$g'(x) \times f'(g(x)) = (x)' = 1$$

۳

پیوستگی $\rightarrow ab + c = \frac{1}{a}$

مشتق‌پذیری $\rightarrow -\frac{1}{a^{2}} = b$

$$\left.\begin{array}{l} ab+c=\frac{1}{a} \\ -\frac{1}{a^{2}}=b \end{array}\right\} -\frac{1}{a^{2}}(a) + c = \frac{1}{a} \rightarrow \frac{2}{a} = c \rightarrow \boxed{ac = 2}$$
