۱) $f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^2} ; & x<1 \\ b+\sqrt[3]{x^2} ; & x\geq 1 \end{cases}$ در یک نقطه مشتق ناپذیر باشد در R پیوسته $a+b=?$ ۲

۱۷ ۲

$\begin{cases} a+|x| & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$ در $x=1$ مشتق

$1 \quad \frac{2b}{3\sqrt[3]{x}} \longrightarrow 1=\frac{2b}{3} \longrightarrow b=\frac{3}{2}$

$a=b-1 \longrightarrow a=\frac{1}{2}$

۲) $f(x)=\frac{|2x-4|=2|x-2|}{\sqrt[3]{x^2}}$, $g(x)=\frac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{2x}}{\sqrt[3]{x^2}}$ $f'(1)-2g'(1)$ $\quad -\frac{\sqrt{2}}{3}$ ۲

$x^2-4x+4=(x-2)^2$ $\quad f'(1)-2g'(1)=\left(\frac{-2\sqrt{2x}}{3\sqrt[3]{x^2}}\right)'$

$-\frac{\left(\frac{6}{2\sqrt{2x}}\times 3x^2-2\sqrt{2x}(6x)\right)}{9x^4} \longrightarrow \frac{3\sqrt{2}-6\sqrt{2}}{9}=-\frac{3\sqrt{2}}{9}=-\frac{\sqrt{2}}{3}$

۳) $f(x)=\begin{cases} bx+c ; & x<a \\ \frac{1}{x} ; & x\geq a \end{cases}$ $x=0$ مشتق ناپذیر $\quad -\frac{1}{x}+c=\frac{1}{x}$

$c=\frac{2}{x}=\frac{2}{a}$ ۲

$bx+c=\frac{1}{x}$ $\quad f'(x)=\begin{cases} b & x<a \\ -\frac{1}{x^2} & x>a \end{cases} \longrightarrow b=-\frac{1}{x^2}$

$x\to a$ $\quad ac=2$ $\quad ac=2$

۴) $f(x)=\begin{cases} b & ; x<a \\ b+(x-a)^m & ; x\geq a \end{cases}$ $\quad m(x-a)^{m-1}\neq 0$ $\quad m=1$ ۲

$f'(x)=\begin{cases} 0 & x<a \\ m(x-a)^{m-1} & x>a \end{cases} \xrightarrow{a^+} m(0^+)^{m-1}\neq 0 \longrightarrow m=1$

۵) $f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}}$, $g(x)=\frac{1}{x^3-|x^3|}$ $\quad g'(-\sqrt[3]{4})f'(g(-\sqrt[3]{4}))=(fog)'(-\sqrt[3]{4})$

۱,۵

$fog=\frac{1}{\sqrt[3]{\underbrace{x^3-|x^3|}_{2x^3}-|\underbrace{x^3-|x^3|}_{-2x^3}|}}=\frac{1}{\sqrt[3]{4x^3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{4}\times x}=\frac{1}{\sqrt[3]{4}\times-\sqrt[3]{4}}=\frac{1}{-\sqrt[3]{8}}=\frac{1}{-2}$

$\frac{1}{2}$

۶) $y=-ax-b$ $\quad f'(2)-f(2)=2$ $\quad \frac{f(2)}{f'(2)}=?$ $\quad -\frac{1}{3}$

$f(2)=-2a-b$

$f'(2)=-a$ $\quad\longrightarrow f(2)=+\frac{9}{2}-b=-\frac{1}{2}$

$-a+2a+b=2a+b=2 \longrightarrow 2a=-3 \longrightarrow a=-\frac{3}{2}$ $\quad\longrightarrow f'(2)=\frac{3}{2}$ ۲ $\quad =-\frac{1}{3}$

٧

$f(x) = (x[x^2+\frac{1}{2}])^2+1$ ، $g(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}$ $\quad (fog(\frac{3}{\sqrt{8}}))'$

$(fog)' = f'og \times g'$ $\quad g' = \frac{-2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^4}} \longrightarrow x=\frac{3}{\sqrt{8}} \longrightarrow \frac{\frac{6}{\sqrt{8}}}{\frac{3}{4}}$

$= \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

$g(\frac{3}{\sqrt{8}}) = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$ $\quad f(2) = (2\cancel{[\frac{9}{2}]})^2+1 = 64+1 = 65$ عالی

$65 \times 2\sqrt{2} = 130\sqrt{2}$

$130\sqrt{2}$

٨

f مشتق پذیر $\quad T=5 \quad f'(-1)=\frac{3}{2} \quad g(x)=f(x+1)+f(3x+10) \quad g'(-2)=?$

$f(x)=f(x+5) \longrightarrow f'(x)=f'(x+5) \longrightarrow f'(-1)=f'(4)$

$g'(-2) = f'(x+1)+3f'(3x+10)$ ٢

$x=-2 \longrightarrow 4f'(-1) = 4\times\frac{3}{2} = 6$

6

٩

٥

١٥

$y=x^2-4x+5$ $\quad 2y-x=1$

$y=\frac{1}{2}x+1$

$-2 =$ شیب عمود

$y'=2x-4=-2 \longrightarrow x=1 \longrightarrow 1-4+5=2$ ٢

$1|2$

$1|2$

[illegible] دوازدهم [illegible]

Scanned with CamScanner

$$g(-\sqrt[۳]{۲}) = \frac{1}{(-\sqrt[۳]{۲})^{۳} - |-\sqrt[۳]{۲}|^{۳}} = \frac{1}{-۲-۲} = -\frac{1}{۴}$$ ۵

$$f(-\frac{1}{۴}) = \frac{1}{\sqrt[۳]{-\frac{1}{۴} - \frac{1}{۴}}} = (-\frac{1}{۲})^{-\frac{1}{۳}} = -(۲)^{-1 \times -\frac{1}{۳}} = -۲^{\frac{1}{۳}} = \boxed{-\sqrt[۳]{۲}} \rightarrow fog(x) = x$$

$$g'(x) \times f'(g(x)) = (x)' = 1$$

$$(fog)' = g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) \times f'(g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}))$$ ۷

$$g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) = \frac{1}{\sqrt[۳]{\frac{۹}{۸} - 1}} = ۲ \rightarrow g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) \times f'(۲)$$

$$g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) = -\frac{1}{۳}(x^۲ - 1)^{-\frac{۴}{۳}} \times ۲x = \frac{۶}{\sqrt{۸}} \times -\frac{1}{۳} \times (\frac{۹}{۸} - 1)^{-\frac{۴}{۳}} = -\frac{۲}{\sqrt{۸}} \times (۲^{-۳})^{-\frac{۴}{۳}}$$

$$= -\frac{۲^۵ \times \sqrt{۲}}{۴} = -۸\sqrt{۸}$$

$$f(x),\ x = ۲ \rightarrow f(x) = x[\varepsilon]^۲ + 1 = ۳x^۲ + 1 \rightarrow f'(۲) = ۶(۲) = ۱۲$$

$$\frac{-۸\sqrt{۲} \times \cancel{۱۲}}{-\cancel{۲۴}^{\,۲}\,\sqrt{۲}} = \boxed{۴}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{(f(۵-h) - ۲)(f(۵-h) - 1)}{h(۵-h)} = -f'(۵) \times \frac{(\overset{۲}{f(۵)} - 1)}{۵}$$ ۹

$$f'(۵) = \sqrt[۳]{x+۳} + \frac{x-۴}{۳\sqrt[۳]{(x+۳)^۲}} \rightsquigarrow -f'(۵) = -(\sqrt[۳]{۸} + \frac{1}{۳ \times ۴}) = ۲ + \frac{1}{۱۲} = -\frac{۲۵}{۱۲}$$

$$-\frac{۲۵}{۱۲} \times \frac{۲-1}{۵} = \boxed{-\frac{۵}{۱۲}}$$

تعریف مشتق $f(۵)$ → $\frac{f(h) - f(۵-h)}{h} = f'(۵)$