نام و نام خانوادگی ...علیرضا احسان پور... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....

۱۷/۷۵

۱	$a+1=b$ $a+1=\frac{2ab}{3\sqrt[3]{x^4}} \rightarrow a+1=\frac{2b}{3} \rightarrow 3a+3=2b$ $a+1=b$ چون هر دو در هر صورت مشتق ناپذیر هستند پس ادر یک مشتق پذیر هستند $2a+2=3a+3$ $a+b=-1$ $a=-1$ $b=0$ ۱,۲۵
۲	$f'(x)=\frac{-2(\sqrt[3]{x^4})-\frac{4x}{3\sqrt[3]{x^4}}(-2x+4)}{\sqrt[3]{x^4}}$ $f'(1)-2g'(1)=-2-2-\frac{4}{3}-1=\frac{-13}{3}$ $g(x)=\frac{-x+2+\sqrt{4x}}{\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow g'(x)=\frac{(-1+\frac{3}{2\sqrt{4x}})(\sqrt[3]{x^2})-\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^2}}(-x+2+\sqrt{4x})}{\sqrt[3]{x^4}}$ ۱,۵
۳	$\frac{1}{a}=ab+c \rightarrow a^2b+ac=1 \rightarrow ac=2$ $b=\frac{-1}{a^2} \rightarrow a^2b=-1$ ۲
۴	باید پیوسته باشد و مشتق ها برابر باشند بنابراین: $b \pm b(a-a)^m$ $0=b+m(\cancel{\ldots})(x-a)^{m-1}\times 1$ $m-1=0$ $m=1$ ۲
۵	$g'f'(g(x))=(f\circ g)' \Rightarrow \frac{1}{3\sqrt[3]{g-\lvert g\rvert}}=\frac{2g'g}{3\sqrt[3]{2g}}=\frac{2(\frac{-3}{2x^4})(\frac{1}{x^2}-\lvert x\rvert)\frac{1}{2x^4}}{3\sqrt[3]{\frac{2}{2x^4}}}$ چون g منفی نمی شود پس قدر مطلق منفی می شود $g=\frac{1}{2x^4}$ $g'=\frac{-8x^3}{4x^8}=\frac{-4}{2x^4}$ ۱,۵

$f'(۳) = -a \qquad -a۴-(-۳a-۵) = ۲ \Rightarrow ۲a+۵=۲ \Rightarrow a = \frac{-۳}{۲}$

$f(۳) = -۳a-۵$

$\frac{f(۳)}{f'(۳)} = \frac{\frac{۳}{۲}(۳)-۵}{\frac{-۳}{۲}} = \frac{\frac{-۱}{۲}}{\frac{-۳}{۲}} = \frac{۱}{۳}$

۱,۷۵ ۶

$(f\circ g)' = g' \cdot f'(g(x)) = \frac{۲x}{۳\sqrt[۳]{(x^۲-۱)^۲}} \times ۲(x[x^۲+\frac{f}{۲}]) = \frac{\frac{۴}{\sqrt{۸}} \times \sqrt[۳]{(...)}}{۳} \times ۱۲۸$

$g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{(\frac{۳}{\sqrt{۸}})^۲-۱}} = ۲$

$\frac{۲\sqrt[۳]{۸} \times ۱۲۸}{-۱۲۸\sqrt{۲}} = -۴$

۱,۷۵ ۷

$g'(x) = \underbrace{f'(x+۱)}_{-۱} + ۳f'(\underbrace{۳x+۱}_{۴}) = ۳f'(-۱) = ۳$

$f'(-۱) = f'(۴)$

چون دوره ۵=

۲ ۸

$f(۵) = ۲ \qquad \lim_{h\to 0} \frac{۹f^۲(۵)-۳f(۵)+۲}{h(۵-h)} = \frac{0}{0} \rightarrow \frac{h۵...-۲f(۵-h)f'(۵-h)+۳f'(۵-h)}{۵-۲h}$

$\frac{-۲f(۵)f'(۵)+۳f'(۵)}{۵} = \frac{-۴(\frac{۲۵}{۱۲})+۳(\frac{۲۵}{۱۲})}{۵} = \frac{\frac{-۲۵}{۳}+\frac{۲۵}{۴}}{۵} = \frac{-۲۵}{۱۲\times۵} = \frac{-۵}{۱۲}$

$f'(۵) = \sqrt{x+۴} + \frac{x-۴}{۳\sqrt[۳]{(x+۴)^۲}} \rightarrow ۳+\frac{۱}{۱۲}$

۹

$m = \frac{۱}{۲} \qquad ۲m-۴ = -۲$

$n = ۱ \qquad (۱, ۲)$

۲ ۱۰

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) \rightsquigarrow \boxed{a+1=b} \qquad f(x)=\begin{cases} a+|x| & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$$ ۱

$$f'_+(1) = f'_-(1) \rightsquigarrow b\times\frac{2x}{3\sqrt[3]{x}} = 1 \to b\times\frac{2}{3}=1 \to \boxed{b=\frac{3}{2}}$$

$$a=b-1 \to a=\frac{1}{2} \rightsquigarrow a+b=\frac{4}{2}=\boxed{2}$$

نکته: $|x|$ تنها نقطه‌ای مشتق ناپذیر در $x=0$ است (نقطه‌ی گوشه‌ای) پس در ۱ مشتق‌پذیر است.

$$f(x)=\frac{4-2x}{\sqrt[3]{x^2}} \to f'(1)=\frac{-2(\sqrt[3]{1})-\frac{2}{3}(1)^{-\frac{1}{3}}(4/2)}{\sqrt[3]{1}}=-\frac{10}{3}$$ ۲

$$g(x)=\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \to g'(1)=\frac{(-1+\frac{3}{2\sqrt{3}})(1)-\frac{2}{3\sqrt[3]{1}}(1+\sqrt{3})}{3\sqrt{1}}$$

$$g'(1)=-1+\frac{3\sqrt{3}}{6}-\frac{2}{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}=-\frac{5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$f'(1)-3g'(1)=-\frac{10}{3}+\frac{10}{3}+\frac{3\sqrt{3}}{6}=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$g(-\sqrt[3]{2})=\frac{1}{(-\sqrt[3]{2})^3-|-\sqrt[3]{2}|}=\frac{1}{-2-2}=-\frac{1}{4}$$ ۵

$$\to f\circ g(x)=x$$

$$f(-\tfrac{1}{4})=\frac{1}{\sqrt[3]{-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}}}=(-\tfrac{1}{2})^{-\frac{1}{3}}=-(2)^{-1\times-\frac{1}{3}}=-2^{\frac{1}{3}}=\boxed{-\sqrt[3]{2}}$$

$$g'(x)\times f'(g(x))=(x)'=1$$

$f(۳) = -۳a - ۵$ $\quad f'(۳) = -a$ $\quad -۳(-\frac{۳}{۲}) - ۵ = -\frac{۱}{۲}$ ۶

$-a - (-۳a - ۵) = ۲ \rightarrow ۲a = ۳ \rightarrow a = -\frac{۳}{۲}$ $\quad \rightarrow \frac{f(۳)}{f'(۳)} = \frac{-\frac{۱}{۲}}{-\frac{۳}{۲}} = \frac{۱}{۳}$

۷

$(fog)' = g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) \times f'(g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}))$

$g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{\frac{۹}{۸} - ۱}} = ۲ \rightarrow g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) \times f'(۲)$

$g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) = -\frac{۱}{۳}(x^۲ - ۱)^{-\frac{۴}{۳}} \times ۲x = \frac{۶}{\sqrt{۸}} \times -\frac{۱}{۳} \times (\frac{۹}{۸} - ۱)^{-\frac{۴}{۳}} = -\frac{۲}{\sqrt{۸}} \times (۲^{-۳})^{-\frac{۴}{۳}}$

$= -\frac{۲^۵ \times \sqrt{۲}}{۴} = -۸\sqrt{۲}$

$f(x), x = ۲ \rightarrow f(x) = x[\varepsilon]^۲ + ۱ = ۴x^۲ + ۱ \rightarrow f'(۲) = ۳۲(۲) = ۶۴$

$\frac{-۸\sqrt{۲} \times \cancel{۶۴}}{-\cancel{۱۲۸}_{۲}\sqrt{۲}} = \boxed{۴}$