محیا ستاری - دوازدهم تجربی B

به نام خدا

تکلیف شماره ۲۲

(۱

$f(x)$: $a+\sqrt{x}$ $x<۱$; $b+\sqrt[۳]{x^۲}$ $x\geq ۱$

$f(x)$: $\to a+|x|$ $x<۱$; $\to b\sqrt[۳]{x^۲}$ $x\geq ۱$

$۲+۱=b, a-b=-۱$

$b=\frac{۳}{۲}, a=\frac{۱}{۲}$

$f(x)=$ -۱ $x\leq ۰$; ۱ $۰\leq x\leq ۱$; $\frac{۲b}{۳\sqrt[۳]{x}}$ $x\geq ۱$

$f'=\frac{۲b}{۳}$

$f(x)$: $a-x$ $x<۰$; $a+x$ $۰\leq x\leq ۱$; $b\sqrt[۳]{x^۲}$ $x\geq ۱$

$b=\frac{۳}{۲}\to a+b=۲$

(۲

$f(x)=\frac{|۲x-۴|}{\sqrt[۳]{x^۲}}=\frac{۴-۲x}{\sqrt[۳]{x^۲}}\to f'(x)=-۲\sqrt[۳]{x^۲}\cdot(۴x')\frac{۲x}{۳\sqrt[۳]{x^۴}}$

$x=۱\to f'(۱)=-۱۰/۳$, $g(x)=\frac{(۲-x)+\sqrt{۳x}}{۳\sqrt{x^۲}}\Rightarrow g'(x)=\frac{(-۱+\frac{۳}{\sqrt{۴x}})(\sqrt[۳]{x^۲})-(۲-x+\sqrt{۳x})(\frac{۲x}{۳\sqrt[۳]{x^۴}})}{(\sqrt[۳]{x^۲})^۲}$

$=\frac{-۱۰-\sqrt{۳}}{۹}$

(۳

$f(x)$: $bx+c$ $x<a$; $\frac{۱}{x}$ $x\geq a$

$x=a\to ab+c=\frac{۱}{a}$

$\to -\frac{۱}{x^۲}=b\to b=-\frac{۱}{a^۲}$

$-\frac{۱}{a}+c=\frac{۲}{a}=c$

$\underline{ac=۲}$

(۴

$f(x)$: b $x<a$; $b+(x-a)^m$ $m\geq ۰$

$f'(x)$: ۰ $x<۰$; $m(x-a)^{(m-۱)}$ $x\geq ۰$

$m-۱=۰\to \underline{m=۱}$

(۵

$g'(-\sqrt[۳]{x})\,f'(g(-\sqrt[۳]{۲}))\cdot(fog(-\sqrt[۳]{۲}))\to x=-\sqrt[۳]{۲}\to f(x)=\frac{۱}{\sqrt[۳]{۲x}}\to fog(x)=\frac{۱}{\sqrt[۳]{\frac{۲}{۲x^۳}}}$

$(fog)'=(x)'=۱\to x'=۱$

[illegible]

۶-

$f(x) = -۳x - ۵ ,\ f'(x) = -x \rightarrow f'(x) - f(x) = -x + ۳x + ۵ = ۲$

$x = -\frac{۳}{۲} \rightarrow f(x) = -\frac{۱}{۲} ,\ f'(x) = \frac{۳}{۲} \rightarrow \frac{f(x)}{f(x)'} = \frac{-\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۲}} = -\frac{۱}{۳}$

۷-

$f(x) = \left(x\left[x^۲ + \frac{۱}{۲}\right]\right)^۲ + ۱ \quad f(g(x)) \rightarrow \left(\frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲-۱}}\left[۴ + \frac{۱}{۲}\right]\right) + ۱$

$g(x) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲-۱}} \quad \left(\frac{۴}{\sqrt[۳]{x^۲-۱}}\right)^۲ + ۱ \rightarrow \frac{۸ \times ۲x}{۳(\sqrt[۳]{x^۲-۱})^۲}\left(\frac{۴}{\sqrt[۳]{x^۲-۱}}\right)$

$\frac{۶ \times \frac{۳}{\sqrt{۸}}}{-۳ \times \frac{۱}{۴}} \times \frac{۴}{۴} = ۶۴\sqrt{۸} \quad \frac{-۶۴\sqrt{۸}}{۱۲۸\sqrt{۸}} = -\frac{۱}{۲}$

۸-

$g(x) = f(x+۱) + f(۳x+۱۰) \quad g'(x) = f(x+۱)' + ۳f(۳x+۱۰)' \rightarrow g'(-۲) = f'(۱) + ۳f'(۴)$

$g'(-۲) = \frac{۳}{۲} + \frac{۹}{۲} = ۶$

۹-

$\lim \frac{(f(۵-x))^۲ - ۳f(۵-x) + ۲}{۵x - x^۲} \xrightarrow{\text{هوپیتال}} \frac{۲(-f'(۵-x))f(۵-x) + ۳f'(۵-x)}{۵ - ۲x}$

$\frac{f'(۵)}{۵} = \frac{-\frac{۲۵}{۱۲}}{۵} = -\frac{۵}{۱۲}$

۱۰-

$۶y = ۳x + ۱ \rightarrow y = \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۶} \rightarrow m = \frac{۱}{۲} \rightarrow m' = -۲ \rightarrow (x^۲ - ۴x + ۵)' = -۲$

$۲x - ۴ = -۲ \rightarrow x = ۱ \rightarrow x = ۱ \rightarrow x^۲ - ۴x + ۵ = ۲ \quad \Big|\begin{matrix}۱\\۲\end{matrix}$