$0^+ \Rightarrow f'(x)=۱$ در صفر مشتق ناپذیر

$0^- \Rightarrow f'(x)=-۱$

امیر کاشف

۲۰ آفرین

①

$f(x)=\begin{cases} a+\sqrt[۳]{x^۲} & x<۱ \\ b\sqrt[۳]{x^۲} & x\geq ۱ \end{cases} \xrightarrow[x=۱ \text{ در}]{\text{پیوستگی}} a+۱=b \Rightarrow \boxed{a+۱=b}$

$\xrightarrow[x=۱ \text{ در}]{\text{مشتق پذیر}} \begin{cases} f'_-(۱)=۱ \\ f'_+(۱)=\frac{۲}{۳}b \end{cases} \Rightarrow \boxed{b=۱/۵} \Rightarrow \boxed{a=\frac{۱}{۲}} \Rightarrow \boxed{a+b=۲}$ ✓

۲

---

②

$y=(f-۲g)''(x) = -۲\sqrt{۳}\,x^{-\frac{۱}{۴}} \xrightarrow{y'(۱۶)} (-۲\sqrt{۳})\times(-\frac{۱}{۴})(x^{-\frac{۵}{۴}}) = \boxed{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$ ✓

۲

---

③

$f(x)=\begin{cases} bx+c & x<a \\ \frac{۱}{x} & x\geq a \end{cases} \xrightarrow[x=a \text{ در}]{\text{پیوستگی}} \frac{۱}{a}=ba+c \Rightarrow \boxed{ba^۲+ac=۱}$

$\Rightarrow \boxed{ac=۲}$ ✓

مشتق چپ و راست برابر $\Rightarrow b=\frac{-۱}{a^۲} \Rightarrow \boxed{a^۲b=-۱}$ ✓

[illegible]

۲

---

④

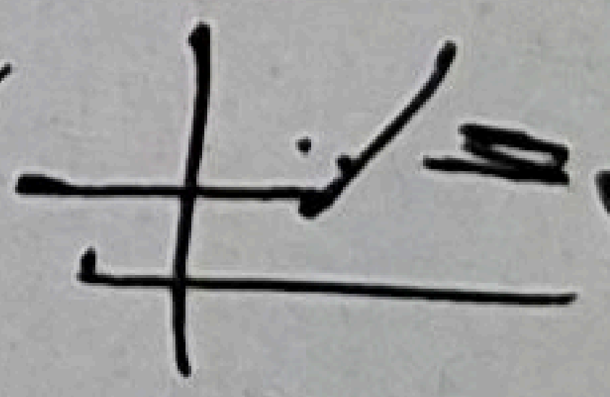
$f'(x)\begin{cases} a & x<a \\ m(x-a)^{m-۱} & x>a \end{cases} \xrightarrow{m\geq ۰}$

if $m=۰ \Rightarrow f'_-(a)=۰$

$f'_+(a)$ ✗

if $m=۱ \Rightarrow f'_-(a)=۰$ ✓

$f'_+(a)=۱$



= گوشه‌دار

if $m\geq ۲ \Rightarrow f'_-(a)=۰$

$f'_+(a)=m(x-a)^{m-۱}=۰$ ✗

$\boxed{m=۱}$ یک نقطه ✓

۲

⑤

$g'(-\sqrt[۳]{۲}) \; f'(g(-\sqrt[۳]{۲})) = (f\circ g)'(-\sqrt[۳]{۲})$

[illegible]

$f'(g(x)) \cdot \frac{۱}{\sqrt[۳]{۲g(x)}} = \frac{۱}{\sqrt[۳]{\frac{۲}{۲(x)}}} = x$

۲

$(f(g(x)))' = ۱$

---

⑥

$f'(۳) = -a$

$f(۳) = ۳a - ۵$

$\Rightarrow f'(۲) - f(۲) = -a + ۳a - ۵ = ۲ \Rightarrow ۲a = -۳ = \boxed{a = -۱٫۵}$

$f(۳) = \frac{۳}{۲}(۳) - ۵ = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{-\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۲}} = \frac{-۱}{۲} \times \frac{۲}{۳} = -\frac{۱}{۳}$

$f'(۲) = ۱٫۵$

✓ ۲

---

⑦

$(f\circ g)' = g'(x) \, f'(g(x))$

$f(x) = g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) = ۲ \Rightarrow f'(۲) = ((۴x)^۲ + ۱)' = ۳۲x$ [redacted] $= ۹۴$

$((x^۲-۱)^{-\frac{۱}{۲}})' = -\frac{۱}{۲}(x^۲-۱)^{-\frac{۳}{۲}} \times ۲x = -\frac{۱}{\cancel{۳}} \times \frac{۱}{۸}^{-\frac{۳}{۲}} \times \frac{۴}{\sqrt{۸}}$ [redacted] $-۴\sqrt{۸}$

$\Rightarrow \frac{(f\circ g)'}{-۱۲۸\sqrt{۲}} = \frac{~~۲۴~~ \quad ~~۴\sqrt{۸}~~}{~~۸~~ \times -۱۲۸\sqrt{۲}} \; -۴ \Leftarrow$ [redacted] ۴

✓ ۲

---

⑧

$g'(x) = f'(x+۱) + ۳ f'(۳x+۱۰) \xrightarrow{x=-۳} g'(-۳) = \underset{۱٫۵}{\cancel{f'(-۲)}} + ۳ f'(۴) = \frac{۳}{۲} + \frac{۹}{۲} = ۶$

$= f'(-۲) = ۱٫۵$

✓ ۲

$\boxed{9}$

$$\lim_{h\to 0} \frac{f^2(5-h)-3f(5-h)+2}{h(5-h)} \xrightarrow[HoP]{\frac{0}{0}}$$

$$\frac{-2f(5-h)\times f'(5-h)+3f'(5-h)}{\underline{5-h-h}\atop 5-2h} = \frac{-2\overset{2}{\cancel{f(5)}}f'(5)+3f'(5)}{5}\boxed{2} = \frac{-f'(5)}{5} =$$

$$f'(5) = \sqrt[3]{5+3} + \frac{1}{3\sqrt[3]{(5+3)^2}}(5-4) = \frac{25}{12} \checkmark \qquad \boxed{-\frac{5}{12}}$$

$\boxed{10}$

$4y-3x=1 \Rightarrow$ شیب $\frac{1}{2} \xrightarrow[\text{عمود برآن}]{\text{خط}}$ شیب $= \boxed{-2}$

$y = x^2-4x+5 \Rightarrow y' = 2x-4 \Leftarrow$ شیب خط مماس $= -2$

$2x-4=-2 \Rightarrow \boxed{x=1}$ و $\boxed{y=2} \Rightarrow \left|\begin{matrix}1\\2\end{matrix}\right. \checkmark \qquad \boxed{2}$