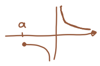
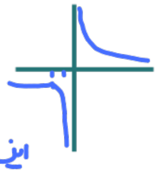
نام و نام خانوادگی ......مهدی رحیمی‌پور...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۲... کلاس ...دوازدهم تجربی...

آفرین ۲۰

۱	$f(x)=\begin{cases} a+\lvert x\rvert & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1\end{cases}$ ← در نقطه‌ی ۱ مشتق ناپذیراست پس در نقطه‌ی ۱ پیوسته و مشتق پذیر هست $\longrightarrow a+\lvert x\rvert=b\sqrt[3]{x^2} \xrightarrow{x=1} a+1=b$ ① و $f'_-(1)=f'_+(1)=f'(1) \rightsquigarrow (a+\lvert x\rvert)'_{1^+}=(b\sqrt[3]{x^2})' \rightsquigarrow 1=b\times\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}}=\frac{2}{3}b \to b=\frac{3}{2} \xrightarrow{①} a=\frac{1}{2}$ $\longrightarrow a+b=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2$ ۲
۲	$f(x)=\frac{\lvert 2x-4\rvert}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{\text{در نقطه‌ی ۱ قدرمطلق منفی است}} f(x)=\frac{4-2x}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{\text{مشتق}} f'(x)=\frac{(-2)(\sqrt[3]{x^2})-(\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}})(4-2x)}{\sqrt[3]{x^4}} \longrightarrow f'(1)=\frac{-2-\frac{4}{3}}{1}=\frac{-10}{3}$ $g(x)=\frac{\lvert x-2\rvert+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{\text{قدرمطلق در ۱ منفی}} g(x)=\frac{2-x+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \longrightarrow g'(x)=\frac{(-1+\frac{3}{2\times\sqrt{3x}})(\sqrt[3]{x^2})-(\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}})(2-x+\sqrt{3x})}{\sqrt[3]{x^4}} \to g'(1)=(\frac{3\sqrt{3}-6}{6})-(\frac{2}{3})(1+\sqrt{3})=\frac{3\sqrt{3}-6-4-4\sqrt{3}}{6}=\frac{-10-\sqrt{3}}{6}$ $f'(1)-2g'(1)=\frac{-10}{3}-2(\frac{-10-\sqrt{3}}{6})=\frac{-10}{3}+\frac{10+\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ۲
۳	در نقطه‌ی a تابع پیوسته و مشتق پذیر است $\longrightarrow ba+c=\frac{1}{a} \longrightarrow ba^2+ca-1=0$ (I) $b=-\frac{1}{a^2}$ (II) $\to$ I و II $\to -1+ac-1=0 \to ac=2$ اگر با $x=0$ مشکل دارید باید بگم این سوال کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ رشته ریاضی بوده و منظورش از $\mathbb{R}$ دامنه‌ی تابع بوده اما فارغ از این، صورت a چه مثبت چه منفی باشد اگر با c حاصل‌ضرب ۲ شود دهد سوال صحیح است ت ۲ ★سوال دارم ! ← صورت سوال گفته است که تابع بازای هر a در $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است حال اگر a عددی منفی باشد مثلا سمت راست a مانند ←  نمی‌شود. و اگر اینطور شود که دیگه در $\mathbb{R}$ مشتق پذیر نیست ! ممنون می‌شم اگه توضیح دهید اگه جایی دارم اشتباه می‌کنم♥ مثلا فرض کنید $a=-2$ است. $f(x)=\begin{cases} bx+c & x<-2 \\ \frac{1}{x} & x\geq -2\end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -2b+c=-\frac{1}{2} \\ \frac{-1}{4}=b \to c=-1\end{cases}$ $f(x)=\begin{cases} -\frac{1}{4}x-1 & x<-2 \\ \frac{1}{x} & x\geq -2\end{cases}$  این تابع در $\mathbb{R}$ (جز صفر) مشتق‌پذیر است.
۴	← نقطه‌ی گوشه‌ای ← پیوسته ولی مشتق‌ناپذیر (در نقطه‌ی a) $\longrightarrow b=b+(x-a)^m \longrightarrow b=b \to$ پیوسته است $\to f'_-(a)=0$, $f'_+(a)=\lim_{x\to a^+}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=\frac{(x-a)^m}{(x-a)}$ $\longrightarrow \lim_{x\to a^+}(x-a)^{m-1}=f'_+(a) \longrightarrow \lim_{x\to a^+}(x-a)^{m-1}\neq 0 \rightsquigarrow (0^+)^{m-1}\neq 0 \rightsquigarrow m-1=0 \to m=1$ ← گزینه ۱ ۲
۵	$g(x)=\frac{1}{x^3-\lvert x^3\rvert} \xrightarrow{x\text{ منفی}} g(x)=\frac{1}{2x^3} \longrightarrow g'(x)=\frac{-(6x^2)(1)}{4x^6}=\frac{-3}{2x^4} \rightsquigarrow g'(-\sqrt[3]{2})=\frac{-3}{2\times\sqrt[3]{16}}=\frac{-3}{4\sqrt[3]{2}}$ $g(-\sqrt[3]{2})=\frac{1}{2\times -2}=-\frac{1}{4} \to f'(g(-\sqrt[3]{2}))=f'(-\frac{1}{4}) \xrightarrow{\text{اگر x منفی باشد}} f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{2x}} \to f'(x)=\frac{-(\frac{2}{3\times\sqrt[3]{4x^2}})\times(1)}{\sqrt[3]{4x^2}} \to f'(-\frac{1}{4})=\frac{-\frac{2}{3}(\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{4}}})}{\sqrt[3]{\frac{1}{4}}}=\frac{-2}{3\times\sqrt[3]{\frac{1}{16}}}$ عبارت آخر $=\frac{-3}{4\sqrt[3]{2}}\times\frac{-2}{3\times\sqrt[3]{\frac{1}{16}}}=\frac{1}{2\sqrt[3]{\frac{1}{8}}}=1$ ۲

۶

$f(2)=-3a-5 \;,\; f'(2)=-a \rightsquigarrow f'(2)-f(2)=2 \longrightarrow -a+3a+5=2 \to 2a=-3 \to a=\frac{-3}{2} \longrightarrow f'(2)=\frac{3}{2} \;,\; f(2)=-\frac{1}{2}$

$\frac{f(2)}{f'(2)}=\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}=-\frac{1}{3}$

۷

$(f\circ g)'=g'(x)\cdot f'(g(x)) \longrightarrow g(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}} \longrightarrow g'(x)=\frac{-\frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}}}{\sqrt[3]{(x^2-1)^2}}=\frac{-2x}{3(x^2-1)\sqrt[3]{x^2-1}}=\frac{-2\times\frac{3}{\sqrt{8}}}{3\times\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}}=\frac{-4\times 8}{\sqrt{8}}=-8\sqrt{2} \;,\; g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)=2 \to f'(2)=\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\frac{(x[x^2+\frac{1}{2}])^2+1-45}{x-2}=\frac{16x^2-64}{x-2}$

$\frac{16(x^2-4)}{x-2}=16(x+2)=64 \longrightarrow g'(x)\cdot f'(g(x))=-8\sqrt{2}\times 64=4\times(-128\sqrt{2}) \rightsquigarrow \frac{4\times(-128\sqrt{2})}{-128\sqrt{2}}=4$

۸

$g(x)=f(x+1)+f(3x+10)$

$g'(x)=f'(x+1)+3f'(3x+10) \longrightarrow g'(-2)=f'(-1)+3f'(4) \xrightarrow[f'(-1)=f'(4)]{\text{دوره تناوب}=5} g'(-2)=4f'(-1)=4\times\frac{3}{2}=6$

۹

مخرج $=0$ ⟿ صورت $=0$ ⟿ if $f(5-h)=t \longrightarrow t^2-3t+2=0 \longrightarrow (t-1)(t-2)=0 \longrightarrow (f(5-h)-1)(f(5-h)-2)=0 \longrightarrow$ طبق ضابطه $f(5)=2 \to \lim_{h\to 0}\frac{(f(5-h)-f(5))(f(5-h)-1)}{h(5-h)}$

$=\lim\frac{f(5-h)-f(5)}{h}\times\frac{f(5-h)-1}{5-h}=-f'(5)\times\frac{1}{5} \to f(x)=(x-4)\sqrt[3]{x+3} \to f'(x)=(1)(\sqrt[3]{x+3})+(x-4)\left(\frac{1}{3\times\sqrt[3]{(x+3)^2}}\right) \Rightarrow f'(5)=(1\times 2)+\left(\frac{1}{12}\right)=\frac{25}{12} \longrightarrow -\frac{25}{12}\times\frac{1}{5}=-\frac{5}{12}$

۱۰

$4y-2x=1 \longrightarrow m=\frac{1}{2} \longrightarrow m'=-2 \rightsquigarrow y=x^2-4x+5 \longrightarrow y'=2x-4 \rightsquigarrow 2x-4=-2 \to x=1 \rightsquigarrow f(1)=2 \longrightarrow$ نقطه $(1,2)$