مصطفی سلطانی

۱۸/۵

۱) $f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^۲} & x<۱ \\ b\sqrt[۳]{x^۲} & x\geq ۱ \end{cases}$

تابع در f مشتق

در صفر مشتق ناپذیر است

پس در ۱ مشتق پذیر است

مشتق چپ = مشتق راست: $\dfrac{\cancel{۲}x۱}{\cancel{۲}\sqrt{x^۲}}=\dfrac{b۲x}{۳\sqrt[۳]{x^٤}} \to ۲b=\dfrac{۳\sqrt[۳]{x^٤}}{x^۲} \to ۲b=۳ \to b=۱/۵$

۲

پیوستگی: $۱/۵=۱+a \to a=۰/۵$ $\quad a+b=۲$ ✓

---

۲) $f(x)=\dfrac{|۲x-٤|}{\sqrt[۳]{x^۲}} \xrightarrow{\ f'(۱)\ } \dfrac{-۲(\sqrt[۳]{x^۲})-\frac{۲}{۳}(٤-۲x)}{(\sqrt[۳]{x^۲})^۲}=\dfrac{-\frac{۱۰}{۳}}{۱}$

$g(x)=\dfrac{\sqrt{x^۲-٤x+٤}+\sqrt{۳x}}{\sqrt[۳]{x^۲}} \xrightarrow{\ g'(۱)\ } \dfrac{\frac{۷}{۲}\times ۱-\frac{۲}{۳}(۱+\sqrt{۳})}{(\sqrt[۳]{x^۲})^۲}=\dfrac{۷}{۲}-\dfrac{۲}{۳}-\dfrac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

$\dfrac{۲۱-٤}{۶}\quad \dfrac{۵}{۲}$

۱/۷۵

مشتق عبارت $\Rightarrow -۱+۹\sqrt{x}\ \ ۹x^۲ \quad ٤/۵ \quad =۳/۵$

$f'(۱)\Rightarrow \dfrac{-۱۰}{۳}-\dfrac{۱۰}{۲}+\dfrac{٤\sqrt{۳}}{۳}$

---

۳) $f(x)=\begin{cases} bx+c & x<a \\ \frac{۱}{x} & x\geq a \end{cases}$ $\quad b=\dfrac{-۱}{x^۲} \quad ab+c=\dfrac{۱}{a}$

$b=\dfrac{-۱}{a^۲} \quad ab\Rightarrow \dfrac{-۱}{a}\Rightarrow \dfrac{-۱}{a}+c=\dfrac{۱}{a}$

$\to \dfrac{۲}{a}=c\Rightarrow ac=۲$ ✓ ۲

---

٤) $f(x)=\begin{cases} b & x<a \\ b+(x-a)^m & x\geq a \end{cases}$

نقطه گوشه‌ای V

$m(x-a)\neq ۰$

۲

پس یعنی m باید مخالف صفر تر از یک باشد

$m=۰ \to$ ۱عدد

---

۵) $f(x)=\dfrac{۱}{\sqrt[۳]{x-|x|}} \qquad g(x)=\dfrac{۱}{x^۳-|x^۳|}$

۱/۲۵

$f(g(x))'\Rightarrow f(g(x))\Rightarrow \dfrac{۱}{\sqrt[۳]{\dfrac{۱}{x^۳-|x^۳|}-\dfrac{۱}{|x^۳|-|x^۳|}}}\Rightarrow \dfrac{|x^۳|-|x^۳|-x^۳+|x^۳|}{(x^۳-|x^۳|)(|x^۳|-|x^۳|)}$

غنچه سلمان:

1.

$y = x^2 - 4x + 5$

$2x - 4 = -2$

$2x = 2$

$x = 1$

$4y - 3x = 1$

$\frac{3x+1}{4}$ $\frac{1}{2} \rightarrow -2$

2

کیمیا سلطانی

(۶) $y = -ax - 5$ $f(3) = -3a - 5$

$f'(3) - f(3) = 2$

$-a + 3a + 5 = 2$

$2a = -3 \Rightarrow a = \frac{-3}{2}$

$\frac{-ax-5}{-a} \Rightarrow \frac{\frac{3}{2}x - 5}{\frac{3}{2}} \Rightarrow \frac{\frac{9}{2} - \frac{10}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{-1}{2}}{\frac{3}{2}}$

$\Rightarrow \frac{-1}{3}$ ۱

---

(۷) $f(x) = \left(x\left[x^2 + \frac{1}{2}\right]\right)^2 + 1$ $g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}$ $g'(x) = \frac{2x}{-3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}} = \frac{\frac{3}{\sqrt{2}} - 12}{\left(\sqrt[3]{\frac{9}{8} - 1}\right)^2} = \frac{-36\sqrt{2}}{\frac{1}{4}}$

$g'(2) = -2$ $-144\sqrt{2}$

$f \circ g \Rightarrow f'(g(x)) \times g'(x)$

$\frac{64 \times -144\sqrt{2}}{-128\sqrt{2}} = +72$ ۱,۵

$f'(2) = 2\left(4^2\left[2 + \frac{1}{2}\right]\right) \times 4 \Rightarrow 64$

---

(۸) $g(x) = f(x+1) + f(3x+10)$, $f'(-1) = \frac{3}{2}$ $g'(-2)$?

$g(x)' = f'(x+1) + 3f'(3x+10)$

$f'(-1) + \underbrace{3f'(4)}_{3f'(-1)} \Rightarrow 4f'(-1) \Rightarrow 4 \times \frac{3}{2} = 6$ ۶

---

(۹) $f(x) = (x-4)\sqrt[3]{x+3}$ $\lim_{h \to 0} \frac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{h(5-h) \to 5h - h^2}$

$x^2 - 3x + 2 = 0$ $x = 1$, $x = 2$

$\Rightarrow \frac{+2f(5-h) \times f'(5-h) \times -1 + 3f'(5-h)}{5 - 2h}$

$f(5-h) = f(5) = 2$

$f'(x) = \sqrt[3]{x+3} + (x-4) \times \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}} \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{25}{12}$ $\frac{-f'(5-h)}{5}$

$\frac{\frac{-25}{12}}{5} \Rightarrow \frac{-5}{12}$

۵

$$g(-\sqrt[۳]{۲}) = \frac{۱}{(-\sqrt[۳]{۲})^{۳} - |-\sqrt[۳]{۲}|^{۳}} = \frac{۱}{-۲-۲} = -\frac{۱}{۴}$$

$$f(-\frac{۱}{۴}) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{-\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۴}}} = (-\frac{۱}{۲})^{-\frac{۱}{۳}} = -(۲)^{-۱\times-\frac{۱}{۳}} = -۲^{\frac{۱}{۳}} = -\sqrt[۳]{۲} \quad \rightarrow fog(x) = x$$

$$g'(x) \times f'(g(x)) = (x)' = 1$$

۶

$$f(x) = \frac{۴-۲x}{\sqrt[۳]{x^{۲}}} \rightarrow f'(۱) = \frac{-۲(\sqrt[۳]{۱}) - \frac{۲}{۳}(۱)^{-\frac{۱}{۳}}(۴-۲)}{\sqrt[۳]{۱}} = -\frac{۱۰}{۳}$$

$$g(x) = \frac{|x-۲| + \sqrt{۳x}}{\sqrt[۳]{x^{۲}}} \rightarrow g'(۱) = \frac{(-۱ + \frac{۳}{۲\sqrt{۳}})(۱) - \frac{۲}{۳\sqrt[۳]{۱}}(۱+\sqrt{۳})}{\sqrt[۳]{۱^{۴}}}$$

$$g'(۱) = -۱ + \frac{۳\sqrt{۳}}{۶} - \frac{۲}{۳} - \frac{۲\sqrt{۳}}{۳} = -\frac{۵}{۳} - \frac{\sqrt{۳}}{۶}$$

$$f'(۱)\ ۳g'(۱) = -\frac{۱۵}{۳} + \frac{۱۰}{۳} + \frac{۲\sqrt{۳}}{۶} = \boxed{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}$$

۷

$$(fog)' = g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) \times f'(g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}))$$

$$g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{\frac{۹}{۸}-۱}} = ۲ \rightarrow g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) \times f'(۲)$$

$$g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) = -\frac{۱}{۳}(x^{۲}-۱)^{-\frac{۴}{۳}} \times ۲x = \frac{۶}{\sqrt{۸}} \times -\frac{۱}{۳} \times (\frac{۹}{۸}-۱)^{-\frac{۴}{۳}} = -\frac{۲}{\sqrt{۸}} \times (۲^{-۳})^{-\frac{۴}{۳}}$$

$$= -\frac{۲^{۵} \times \sqrt{۲}}{۴} = -۸\sqrt{۸}$$

$$f(x),\ x=۲ \rightarrow f(x) = x[۴]^{۲}+۱ = ۱۶x^{۲}+۱ \rightarrow f'(۲) = ۳۲(۲) = ۶۴$$

$$\frac{-۸\sqrt{۲} \times ۶۴}{-۱۲۸\sqrt{۲}} = \boxed{۴}$$