پارسا سریع دوازدهم پسر دوشنبه

۱۸/۵

۱ـ

تابع پیوسته است $\longrightarrow f(1^-) = f(1^+) \longrightarrow \boxed{a+1=b}$

$a+\sqrt{x^2} = a+|x|$ در x مشتق ناپذیر است

مشتق پذیر است

$f'_-(1) = 1$

$f'_+(1) = \dfrac{2bx}{3\sqrt[3]{x^2}} \longrightarrow \dfrac{2b}{3} = 1 \longrightarrow \boxed{b=\dfrac{3}{2}} \longrightarrow \boxed{a=\dfrac{1}{2}}$

$\longrightarrow \boxed{a+b=2}$

۲

۲ـ

$f'(1) - 2g'(1) = (f(1) - 2g(1))'$

$\longrightarrow g(x) = \dfrac{|x-2| + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

$\longrightarrow f(1) - 2g(1) = \dfrac{-2x+4 + 2x - 4 - 2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \dfrac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \longrightarrow -2\sqrt[6]{\dfrac{27}{x}}$

مشتق $\longrightarrow -\dfrac{27}{x^2} \times \dfrac{1}{6} \times \dfrac{1}{\sqrt[6]{\left(\frac{27}{x}\right)^5}} = \dfrac{-4.5}{x^2} \times \dfrac{1}{\sqrt[6]{\left(\frac{27}{x}\right)^5}}$

۱/۵

۳ـ

$a \in R ,\ \neq 0$

$\boxed{a=1 \text{ برای مشتق}}$

$\boxed{b+c=1}$

تابع در یک ... مشتق چپ و راست برابر $\longrightarrow -1 = b \longrightarrow \boxed{b=-1}$

$\longrightarrow \boxed{c=2} \longrightarrow \boxed{ac=2}$

۲

۴ـ

$f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b+(x-a)^m & x \geq a \end{cases}$

تابع در a پیوسته است

نقطه گوشه‌ای در حالت دو یا شیب یک مماس ناتساوی یکی و دیگری ناتساوی یا هر دو متناهی ولی نابرابر

$m=0 \longrightarrow$ در این حالت تابع ثابت است و مشتق پذیر

$\longrightarrow m=1 \longrightarrow f'_-(a)=0 ,\ f'_+(a)=1$ دو مقدار نابرابر نقطه گوشه‌ای

$m>1 \longrightarrow f'_+(a) = b + m(x-a)^{m-1} = 0$

برای $m>1$ نقطه گوشه‌ای نداریم

فقط یک مقدار m نقطه گوشه‌ای می‌سازد $m=1$

۲

— ۵

$\to fog_{(1)} = \frac{1}{\sqrt[3]{|x^3-1|\times 1 - |x^3-1|\times 1|}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2\times 2 + 2\times 2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4\times 2}}$

۱٫۵

$\to f(g(x))' = \frac{12\times \cancel{2}}{3\sqrt[3]{16\times \cancel{2}}} = \frac{\cancel{12}\ 4}{\cancel{2}\ 2\sqrt[3]{2}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2}}$

— ۶

$y = -ax - 5$ $\quad \boxed{f'(3) = -a}$

$\to f(3) = -3a - 5 \quad \to \boxed{f(3) = 0/5}$

$\to -a + 3a + 5 = 2 \quad \to f'(3) = 1/5$

$\to 2a + 5 = 2 \quad \to \boxed{a = -1/5}$

$\to \frac{f(3)}{f'(3)} = \frac{1}{3}$

۲

— ۷

$(fog)'(x) = g'(x)\, f'(g(x)) = g'(\frac{3}{\sqrt{8}})\, f'(2)$

$\to g(\frac{3}{8}) = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

$f'(x) = 6x^5 \quad \to f'(2) = 6\times 2^5$

$\to g'(x) = 2x \times -\frac{1}{2}\times \left(\frac{1}{\sqrt{(x^2-1)^3}}\right)$

$g'(\frac{3}{\sqrt{8}}) = \frac{\cancel{6}}{\cancel{\sqrt{8}}} \times -\frac{1}{\cancel{2}}\times 16$

$= -\frac{\sqrt{2}}{2}\times 16 = -8\sqrt{2}$

$\frac{-8\sqrt{2}\times 6\times 2^5}{12\times 8\sqrt{2}} = 2$ برابر

۱٫۷۵

— ۸

$g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10) \quad \xrightarrow{T=5} f(1) = f(4),\ f'(-1) = f'(4)$

$\to g'(-2) = f'(-1) + 3f'(4) = \boxed{4f'(-1)}$

$\to f'(-1) = \frac{3}{2} \quad \to \boxed{g'(-2) = 4\times\frac{3}{2} = 6}$

۲

— ۹

$\lim_{h\to 0} \frac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{h(5-h)} \xrightarrow{HoP} = \frac{-2f'(5-h) + 3f'(5-h)}{5} = \frac{f'(5-h)}{5}$

$\frac{f'(5)}{5} \to f'(5) = \sqrt[3]{x+3} + (x-4)\times\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}} = 2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12}$

$\to \boxed{\frac{f'(5)}{5} = \frac{\frac{25}{12}}{5} = \frac{5}{12}}$

۱٫۷۵

$$۴y = ۲x + ۱ \rightarrow \boxed{y = \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۴}}$$ — ۱.

$m = \frac{۱}{۲}$

در خط بر هم عمود آن ضرب شیب آن‌ها عکس و قرینه باشد

$\rightarrow f'(x) = ۲x - ۴$ شیب خط $\longrightarrow \frac{۱}{۲}(۲x - ۴) = -۱$

$\longrightarrow ۲x - ۴ = -۲ \rightarrow \boxed{x = +۱}$

$\boxed{y = -۲}$ در این نقطه عمود است

$۱\frac{۱}{۲}$

$$f(x) = \frac{۴ - ۳x}{\sqrt[۳]{x^۲}} \rightarrow f'(۱) = \frac{-۳(\sqrt[۳]{۱}) - \frac{۲}{۳}(۱)^{-\frac{۱}{۳}}(۴ - ۳)}{\sqrt[۳]{۱}} = -\frac{۱۰}{۳}$$ ۲

$$g(x) = \frac{|x - ۲| + \sqrt{۳x}}{\sqrt[۳]{x^۲}} \rightarrow g'(۱) = \frac{(-۱ + \frac{۳}{۲\sqrt{۳}})(۱) - \frac{۲}{۳\sqrt[۳]{۱}}(۱ + \sqrt{۳})}{\sqrt[۳]{۱}}$$

$$g'(۱) = -۱ + \frac{۳\sqrt{۳}}{۶} - \frac{۲}{۳} - \frac{۲\sqrt{۳}}{۳} = -\frac{۵}{۳} - \frac{\sqrt{۳}}{۶}$$

$$f'(۱) - ۲g'(۱) = -\frac{۱۰}{۳} + \frac{۱۰}{۳} + \frac{۲\sqrt{۳}}{۶} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$g(-\sqrt[۳]{۲}) = \frac{۱}{(-\sqrt[۳]{۲})^۳ - |-\sqrt[۳]{۲}|^۳} = \frac{۱}{-۲ - ۲} = -\frac{۱}{۴}$$ ۵

$$f(-\frac{۱}{۴}) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{-\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۴}}} = (-\frac{۱}{۲})^{-\frac{۱}{۳}} = -(۲)^{-۱ \times -\frac{۱}{۳}} = -۲^{\frac{۱}{۳}} = -\sqrt[۳]{۲}$$

$\rightarrow f \circ g(x) = x$

$$g'(x) \times f'(g(x)) = (x)' = 1$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{(f(۵-h)-۲)(f(۵-h)-۱)}{h(۵-h)} = -f'(۵) \times \frac{(\overset{۲}{f(۵)}-۱)}{۵}$$ ۶

$$f'(x) = \sqrt[۳]{x+۳} + \frac{x-۴}{۳\sqrt[۳]{(x+۳)^۲}} \rightsquigarrow -f'(۵) = -(\sqrt[۳]{۸} + \frac{۱}{۳\times۴}) = ۲+\frac{۱}{۱۲} = -\frac{۲۵}{۱۲}$$

$$-\frac{۲۵}{۱۲} \times \frac{۲-۱}{۵} = \boxed{-\frac{۵}{۱۲}}$$

تمرین مشتق
$f(۵)$ در $\to \dfrac{f(h) - f(۵-h)}{h} = f'(۵)$

$$(f\circ g)' = g'(\tfrac{۳}{\sqrt{۸}}) \times f'(g(\tfrac{۳}{\sqrt{۸}}))$$ ۷

$$g(\tfrac{۳}{\sqrt{۸}}) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{\frac{۹}{۸}-۱}} = ۲ \longrightarrow g'(\tfrac{۳}{\sqrt{۸}}) \times f'(۲)$$

$$g'(\tfrac{۳}{\sqrt{۸}}) = -\frac{۱}{۳}(x^۲-۱)^{-\frac{۴}{۳}} \times ۲x = \frac{۶}{\sqrt{۸}} \times -\frac{۱}{۳} \times (\frac{۹}{۸}-۱)^{-\frac{۴}{۳}} = -\frac{۲}{\sqrt{۸}} \times (۲^{-۳})^{-\frac{۴}{۳}}$$

$$= -\frac{۲^۵ \times \sqrt{۲}}{۴} = -۸\sqrt{۸}$$

$$f(x),\ x=۲ \longrightarrow f(x) = x[\varepsilon]^۲+۱ = ۳x^۲+۱ \longrightarrow f'(۲) = ۳۲(۲) = ۶۴$$

$$\frac{-۸\sqrt{۲} \times ۶\cancel{۴}}{-\underset{۲}{\cancel{۱۲۸}}\sqrt{۲}} = ۴$$