پارسا سری دوازدهم پسر دوشنبه

۱ —

تابع پیوسته است $\longrightarrow f(1^-) = f(1^+)$ $\longrightarrow \boxed{a+1=b}$

$a+\sqrt{x^2} = a+|x|$ در x مشتق ناپذیر است

$f'(1^+) = 1$

$f_+'(1) = \frac{2bx}{2\sqrt{x^2}} \longrightarrow \frac{2b}{2} = 1$

در ۱ مشتق پذیر است

$\longrightarrow \boxed{b=\frac{3}{2}}$

$\longrightarrow \boxed{a=\frac{1}{2}}$

$\longrightarrow \boxed{a+b=2}$

---

۲ —

$f'(1) - 2g'(1) = (f(1) - 2g(1))'$

$\longrightarrow g(x) = \frac{|x-2| + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

$\longrightarrow f(1) - 2g(1) = \frac{-2x+4+2x-4-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \longrightarrow -2\sqrt[6]{\frac{27}{x}}$

مشتق

مشتق $\longrightarrow -\frac{27}{x^2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{\sqrt[6]{(\frac{27}{x})^5}} = \frac{-4.5}{x^2} \times \frac{1}{\sqrt[6]{(\frac{27}{x})^5}}$

---

۳ —

$\boxed{b+c=1}$

$a \in R$ و $\neq 0$

$\boxed{a=1}$ پس برای مثال

تابع در یک مشتق چپ و راست برابر پیوسته است $\longrightarrow -1 = b \longrightarrow \boxed{b=-1}$

$\longrightarrow \boxed{c=2} \longrightarrow \boxed{ac=2}$

---

۴ —

$f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b+(x-a)^m & x \geq a \end{cases}$

$\longrightarrow$ تابع در a پیوسته است

نقطه گوشه‌ای دو حالت دارد یا شیب یک مماس نامتناهی و دیگری نامتناهی

یا هر دو متناهی ولی نابرابر

$m=0 \longrightarrow$ در این حالت تابع ثابت است و مشتق پذیر

$\longrightarrow m=1 \longrightarrow f_-'(a) = 0$ ، $f_+'(a) = 1$

دو مقدار نابرابر نقطه گوشه‌ای

$m>1 \longrightarrow f_+'(a) = b+m(x-a)^{m-1} = 0$

برای $m>1$ نقطه گوشه‌ای نداریم

فقط یک مقدار m نقطه گوشه‌ای می‌سازد $m=1$

۵ -

$\rightarrow f\circ g(1) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^3-1\times 2^3|-|x^3-1\times 2^3|}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2\times 2^3+2\times 2^3}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{4\times 2^3}}$

$\rightarrow f(g(x))' = \dfrac{12\times \cancel{4}}{3\sqrt[3]{16\times \cancel{4}}} = \dfrac{\cancel{12}\,4}{\cancel{3}\times 2\sqrt[3]{2}} = \dfrac{2}{\sqrt[3]{2}}$

---

۶ -

$y = -ax - 5 \quad \boxed{f'(3) = -a}$

$\rightarrow f(3) = -3a - 5 \quad \rightarrow \boxed{f(3) = -0.5}$

$\rightarrow -a + 3a + 5 = 2 \qquad \rightarrow f'(3) = 1.5$

$\rightarrow 2a + 5 = 2$

$\rightarrow \boxed{a = -1.5} \qquad \rightarrow \dfrac{f(3)}{f'(3)} = -\dfrac{1}{3}$

---

۷ -

$(f\circ g)'(x) = g'(x)\, f'(g(x)) = g'(\tfrac{3}{\sqrt{8}})\, f'(2)$

$\rightarrow g(\tfrac{3}{8}) = \dfrac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \qquad \rightarrow g'(x) = -2x \times -\tfrac{1}{3} \times \left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{(x^2-1)^4}}\right)$

$f'(2) = 3\times 2^6 \qquad g'(\tfrac{3}{\sqrt{8}}) = \dfrac{\cancel{6}}{\cancel{\sqrt{8}}} \times -\tfrac{1}{3} \times 16$

$f'(x) = 6x^5 \qquad = -\times \dfrac{\sqrt{2}}{2} \times 16 = -8\sqrt{2}$

$\dfrac{-8\sqrt{2}\times 3\times 2^6}{12\times 8\sqrt{2}} = 2$ برابر

---

۸ -

$g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10) \xrightarrow{T=5} f(-1) = f(4), \; f'(-1) = f'(4)$

$\rightarrow g'(-2) = f'(-1) + 3f'(4) = \boxed{4f'(-1)}$

$\rightarrow f'(-1) = \dfrac{3}{2} \quad \rightarrow \boxed{g'(-2) = 4\times\dfrac{3}{2} = 6}$

---

۹ -

$\lim_{h\to 0} \dfrac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{h(5-h)} \xrightarrow{HoP} = \dfrac{-2f'(5-h) + 3f'(5-h)}{5} = \dfrac{f'(5-h)}{5}$

$\dfrac{f(5)}{5} \rightarrow f'(5) = \sqrt[3]{x+3} + (x-4)\times\dfrac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}} = 2 + \dfrac{1}{12} = \dfrac{25}{12}$

$\rightarrow \boxed{\dfrac{f'(5)}{5} = \dfrac{\frac{25}{12}}{5} = \dfrac{5}{12}}$

۱۰ -

$۶y = ۳x + ۱ \rightarrow \boxed{y = \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۶}}$

$m = \frac{۱}{۲}$

دو خط بر هم عمودند اگر و تنها اگر شیب آنها عکس و قرینه باشد

$\rightarrow f'(x) = ۲x - ۴$ شیب خط

$\longrightarrow \frac{۱}{۲}(۲x - ۴) = -۱$

$\longrightarrow ۲x - ۴ = -۲ \rightarrow \boxed{x = +۱}$

$\boxed{y = ۲}$ در این نقطه عمود است

$(۱, ۲)$