نام و نام خانوادگی ......امیرمحمد ابوطالبی...... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....**

۱

۲

$$f'(x) \overset{x=1}{=} \frac{-2x+4}{\sqrt[3]{x^2}} \longrightarrow -2\left(\sqrt[3]{x^2}\right) - \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(-2x+4) \longrightarrow \frac{-6x+4x-8}{3\sqrt[3]{x}} \xrightarrow{f'(1)} \frac{-10}{3}$$

$$g'(x) \overset{x=1}{=} \frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \longrightarrow \frac{-x+2+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{g'(x)} -\left(\frac{+2x+\sqrt{x}+8}{6x^{5/3}}\right) = g'(1) = \frac{-11}{6}$$

را حل بیار طولانی بود

$$\frac{-10}{3} - (2)\left(\frac{-11}{6}\right) = \frac{1}{3}$$

۳

$$f(x) = \begin{cases} bx+c & x<a \longrightarrow f'(a) = b \\ \frac{1}{x} & x \geq a \longrightarrow f'(a) = \frac{-1}{a^2} \end{cases}$$

شرط مشتق پذیری ← پیوسته باشد و مشتق چپ و راست باهم برابر باشد .

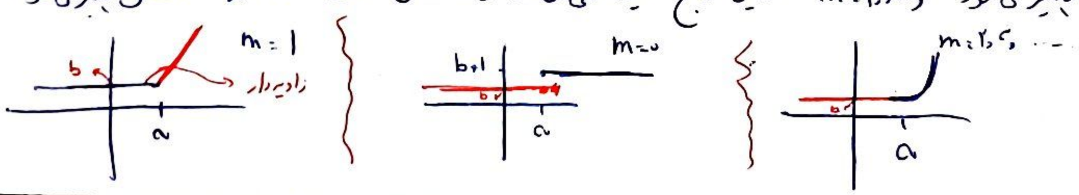
$$ab+c = \frac{1}{a} \quad (\mathrm{I}) \qquad \boxed{b = \frac{-1}{a^2}} \quad (\mathrm{II})$$

$$x^{-1} \longrightarrow -x^{-2} \longrightarrow \frac{-1}{x^2}$$

$$\longrightarrow ab+c = \frac{1}{a} \longrightarrow a \times \frac{-1}{a^2} + c = \frac{1}{a} \longrightarrow \frac{-1}{a} + c = \frac{1}{a} \longrightarrow \boxed{c = \frac{2}{a}} \longrightarrow ac = \frac{2}{a} \times a = 2$$

۴

• فقط به ازای $m=1$ که داخل $(x-a)^m$ ریشه ساده باشد تابع گوشه‌ای می‌شود زیرا در $m=0$ تابع پله‌ای $b+1$ می‌شود و درست است مشتق ناپذیر می‌شود اما نقطه گوشه‌ای محسوب نمی‌شود و چون ناپیوسته است مشتق ناپذیر می‌شود و $m=2,3,\ldots$ در اینجا تابع یک منحنی می‌شود و در داخل نقطه $x=a$ مشتق پذیر می‌شود .



۵

$$g'(x) \cdot f'(g(x)) = (fog)'(x) = (f(g(x)))'$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3-|x^3|} - \left|\frac{1}{x^3-|x^3|}\right|}} \xrightarrow[\text{صفر نشود باید } (x<0) \text{ باشد}]{\text{برای اینکه تابع برقرار شود و مخرج } \frac{1}{x^3-|x^3|}} \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{2x^3}+\frac{1}{2x^3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{2}{2x^3}}}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{x}} = x \xrightarrow{\text{مشتق میگیریم}} \qquad (fog)'(x) = 1$$

$f'(3) = -a = \frac{3}{2}$

$f(3) = -3a - b = -\frac{1}{2}$

$f'(3) - f(3) = 2 \longrightarrow -a + 3a + b = 2 \longrightarrow 2a + b = 2 \rightarrow 2a = -3$ ۶

$\rightarrow \boxed{a = -\frac{3}{2}} \longrightarrow \frac{f(3)}{f'(3)} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}$

$(f \circ g)'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x))$

$g'(x) = (x^2-1)^{-\frac{1}{3}} \longrightarrow -\frac{1}{3}(x^2-1)^{-\frac{4}{3}} \times 2x \longrightarrow \frac{-2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^4}} \xrightarrow{x=\frac{3}{\sqrt{8}}} -8\sqrt{2}$ ۷

$g(x) \xrightarrow{x=\frac{3}{\sqrt{8}}} g(\frac{3}{\sqrt{8}}) = 2 \longrightarrow f'(2) \xrightarrow{[x^2+\frac{1}{4}]=c}$ اگر عدد صحیح نبود $\longrightarrow f(x) = (x-c)^2+1$, $f'(1) = 4c\,x$

x^2c^2+1

$f'(2) = 2\times([x^2+\frac{1}{2}])^2 \times 2 = 64$

$g'(\frac{3}{\sqrt{8}}) \cdot f'(2) = -8\sqrt{2} \times 64$

$\frac{\cancel{64} \times 8\sqrt{2}}{\cancel{128}\,\sqrt{2}} = 4$

$f(x) \longrightarrow T = 5 \longrightarrow f'(x) = f'(x+5)$

$g(x) = f(x+1) + f(2x+10) \longrightarrow g'(x) = f'(x+1) + f'(2x+10)$

$g'(-2) = f'(-1) + f'(6) \xrightarrow[\text{طبق تناوب بالا}]{f'(6)=f'(-1)} g'(-2) = 2f'(-1) \xrightarrow{f'(-1)=\frac{3}{2}} \boxed{g'(-2)=3}$ ۸

$\lim_{h\to 0} \frac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{h(5-h)} \xrightarrow{f(5-h)=t} t^2 - 3t + 2 = (t-1)(t-2)$

$f(5)=2$

$\rightarrow \frac{(f(5-h)-2)(f(5-h)-1)}{h(5-h)} \xrightarrow{h\to 0} \frac{f(5-h)-2}{h} \times \frac{f(5-h)-1}{5-h} \rightarrow f'(5) \times \frac{1}{5}$ ۹

$f(x) = (x-4)(\sqrt[3]{x+3}) \longrightarrow f'(x) = (1)(\sqrt[3]{x+3}) + \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}}(x-4) \longrightarrow f'(5) = 2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12} \rightarrow \frac{25}{12} \times \frac{1}{5} = \frac{5}{12}$

$6y - 3x = 1 \rightarrow 6y = 3x+1 \longrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{6} \longrightarrow \frac{1}{2}$ قرینه و معکوس $= -2$

$y = x^2 - 4x + 5 \longrightarrow y' = 2x - 4 \longrightarrow -2 = 2x - 4 \longrightarrow 2 = 2x \longrightarrow \boxed{x=1}$

$y = x^2 - 4x + 5 \xrightarrow{x=1} 1 - 4 + 5 = 2$

۱۰

نقطه $(1, 2)$