بنام خدا

پویا فاضلیان

DATE / / SUBJECT:

① $f'(x)=\begin{cases}\frac{x}{|x|} & x<1 \to \text{در } x=0 \text{ مشتق ندارد} \to x=1 \text{ در} \to \text{مشتق باید پذیرفته باشد} \\ b\times\frac{2}{3}\times x^{-\frac{1}{3}} & x\geq 1\end{cases}$, پیوسته $\to a+1=b$

$1=b\times\frac{2}{3} \to b=\frac{3}{2}\ , a=\frac{1}{2} \to a+b=\boxed{2}$

---

② $f'(1)=\left(\frac{-2x+4}{x^{\frac{2}{3}}}\right)'=\frac{(-2)(1)-(\frac{2}{3})(1)(2)}{1}=-2-\frac{4}{3}=\frac{-10}{3}$

$g'(1)=\left(\frac{-x+2+\sqrt{3x}}{x^{\frac{2}{3}}}\right)'=\frac{(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}})(1)-(1)(1+\sqrt{3})}{1}=-1+\frac{3}{2\sqrt{3}}-1-\sqrt{3}=$

$-2-\frac{\sqrt{3}}{2} \to f'(1)-2g'(1)=\frac{-10}{3}+4+\sqrt{3}=\boxed{\frac{2}{3}+\sqrt{3}}$

---

③ $^{*}b=-a^{-2}\ , ab+c=\frac{1}{a} \xrightarrow{*} \frac{-1}{a}+c=\frac{1}{a} \to c=\frac{2}{a} \to ac=\frac{2}{a}\times a=\boxed{2}$

---

④ $f'(x)=\begin{cases}0 & ; x<a \\ m(x-a)^{m-1} & ; x\geq a\end{cases} \to 0<m-1 \to 1<m \to 2\leq m \to$ به ازای mهای بزرگتر مساوی ۲ نقطه گوشه‌ای نخواهیم داشت چرا که مشتق چپ و راست منحنی در $x=a$ برابر خواهند شد ← به ازای $m=1$ نقطه گوشه‌ای داریم. $\text{if } m=0 \to (a-a)^0=1 \to (b+1)^{-1}=0$ مشتق گوشه‌ای نیست.

← به ازای یک مقدار $(m=1)$ نقطه (a,b) گوشه‌ای برای منحنی است.

---

⑤ $g'(x)\times f'(g(x))=(fog(x))' \to fog(x)\overset{\text{if } x=\sqrt{3}}{=}\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{3x^3}+\frac{1}{3x^3}}}=x \to (fog(x))'=\boxed{1}$

---

⑥ $f'(3)=-a \to -a-f(2)=2 \to -a-3a-5=2 \to \cancel{4}a=\frac{-7}{4} \to f(2)=\frac{1}{4}$

$f'(2)=\frac{7}{4} \to \frac{f(2)}{f'(2)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{7}{4}}=\boxed{\frac{1}{7}}$

پویا ناظلیان

DATE / / SUBJECT:

۷) $(f\circ g(x))' = f'(g(x))\cdot g'(x) = f'(2) \times g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = 64 \times \frac{-16}{\sqrt{2}} \to \frac{64(-16)}{\sqrt{8}\times 2} = \boxed{4}$

$f'(2) = 32\times 2 = 64$, $g'(x) = \left((x^2-1)^{-\frac{1}{2}}\right)' = -\frac{1}{2}(x^2-1)^{-\frac{3}{2}} \times 2x = \frac{-16}{9} \times 2 \times \frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{-16}{\sqrt{2}}$

۸) $g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10) \to g'(-2) = f'(-1) + 3f'(4) = 4f'(-1) = \boxed{6}$

$f'(-1) = f'(4)$ ازج $T=5$

۹) $\lim_{h\to 0} \frac{(f(5-h)-1)(f(5-h)-2)}{h(5-h)} \to \lim_{h\to 0} \frac{f(5-h)-2}{h} \times \frac{f(5-h)-1}{5-h} = -f'(5) \times \frac{f(5-h)-1}{5-h}$

$= \frac{-25}{12} \times \frac{1}{5} = \boxed{\frac{-5}{12}}$

$f'(5) = (1)(2) + \frac{1}{3\times 4} \times 1 = 2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12}$

۱۰) شیب خط $= \frac{1}{2} \to$ شیب خط مماس $= -2 = 2x-4 \to x=1 \to$ $\boxed{\text{نقطه: } (1,2)}$