نام و نام خانوادگی ......محسن مرادی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ......A......

۱۳٫۵

$(0,1)$ $(3,5$ $f'(3) = \frac{4}{2}$

۱٫۷۵

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-1}{3-0} = \frac{4}{3}$ دقت!

۱

$\frac{a}{2\sqrt{ax-1}} = \frac{1}{3}$

خط مماس باید از نقطه $(5, f(5))$ بگذرد

$y-(-1) = \frac{a}{2\sqrt{a-1}}(x-1)$ $f(5)+1 = \frac{a}{2\sqrt{a-1}}(5-1)$

۱٫۲۵

اگر $A(+1,-1)$ در منحنی $f(x) =$ صدق ← $f(1) = 1 = \sqrt{a-1}$

۲

$f'(x) = \frac{3}{4} \leftarrow \frac{2x+m(x+3)+x^2+mx+1}{(x+3)^2} = \frac{3}{4}$

$4y = +3x+n$
$y = \frac{3}{4}x+n$

$\frac{2x^2+4x+mx+3m+x^2+mx+1}{(m+3)^2} = \frac{3x^2+(4+2m)x+1}{(x+3)^2}$

۱٫۵

$\frac{3+9+2m+1}{16} = \frac{13+2m}{16} = \frac{3}{4} \rightarrow m=-1$

۳

~~$f'(x) = -3\sin^2x\cos x$~~ ~~$f(x) = \frac{(3-\sin x)(9+\sin x+3\sin x)}{(3-\sin x)(3+\sin x)}$~~

~~$3g(x) - f(x) = \frac{3}{3+\sin x} - \frac{9+\sin^2x+3\sin x}{} = \frac{-6+\sin^2x+3\sin x}{3+\sin x}$~~

در سوال ۸ جواب دارم

$\frac{-1}{\sqrt{\frac{1}{x^5}+|x^5|}+\left|\frac{1}{x^5}+|x^5|\right|} = \frac{-1}{5\sqrt{\frac{1}{x^5}}} = \frac{-1}{\frac{1}{x}} = -x$

$\rightarrow f'(x) = -1$

۲

۵

$$g(x) = \frac{f(x)-۱}{x} = \frac{\frac{۱+\sin^{۲}x - ۲\sin x}{۱+\sin^{۲}x+۲\sin x} - ۱}{x}$$

$$= \frac{۱+\sin^{۲}x - ۲\sin x - ۱ - \sin^{۲}x - ۲\sin x}{x} = \frac{-٤\sin x}{x} \simeq ٤ \quad \boxed{\lim = -٤}$$

✓ ۲ ۶

$$-x^{۲}-۱ = f(x) \Rightarrow f'(x) = -۲x$$

$$f'_{۱}(x) \times f'_{۲}(x) = -۱$$

$$\rightarrow x = \pm ۱/۲ \rightarrow d = (۱/۲)^{۲}+۱$$

$$d = \frac{۵}{٤}$$ ✓ ۲ ۷

$$۳g(x) - f(x) = \frac{۹}{۳+\sin x} - \frac{۲۷-\sin^{۳}x}{\underset{(۳-\sin x)}{۹-\sin^{۲}x}}$$

$$\frac{۹(۳-\sin x) - ۲۷ + \sin^{۳}x}{۹-\sin^{۲}x} = \frac{-۹\sin x + \sin^{۳}x}{۹-\sin^{۲}x} = -\sin x$$ ۱/۵ ~~۸~~ ٤

$$-\frac{\sin x\cancel{(+۹-\sin^{۲}x)}}{\cancel{۹-\sin^{۲}x}} = -\sin x = -\sin(۵\pi/۳) = +\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

۰ ۹

$$f\circ g = \left(\frac{۱}{x^{۲}-۱}\left[\frac{۱}{\sqrt{x^{۲}-۱}}\right]\right)^{۲}$$

$$= \frac{۱}{(\sqrt{x^{۲}-۱})^{۲}}\left(\frac{۱}{x^{۲}-۱}\right)^{۲} = \frac{-۱۲۸\sqrt{۵}}{٤۸\sqrt{۵}} = \frac{۸}{۳}$$ ۱/۵ ۱۰

۲

$m=\frac{۲-۱}{۲+۱}=\frac{۱}{۳} \rightsquigarrow f'(x)=\frac{a}{۲\sqrt{ax-۱}}=\frac{۱}{۳} \rightsquigarrow ۳a=۲\sqrt{ax-۱}$

مماس $= y=\frac{۱}{۳}x+\frac{۴}{۳} \rightsquigarrow x+۴=۳\sqrt{ax-۱} \rightsquigarrow x+۴=\frac{۳a}{۲}(۳)=\frac{۹a}{۲}$

$x=۴,۵a-۴ \rightsquigarrow ۴,۵a-۴+۴=۳\sqrt{a(۴,۵a-۴)-۱} \rightsquigarrow ۹a^۲-۱۶a-۴=۰ \rightsquigarrow a=۲ \checkmark$

$\rightsquigarrow a=-\frac{۲}{۹} \times$

$f(۵)=\sqrt{۱۰-۱}=\sqrt{۹}=\boxed{۳}$

۳

$x=۱ \longrightarrow y=\frac{۲+m}{۴}$

$y'=\frac{(\overset{m+۲}{\cancel{۲x+m}})(\overset{۴}{\cancel{x+۳}})-(\overset{m+۲}{\cancel{x^۲+mx+۱}})}{(\underset{۴}{\cancel{x+۳}})^۲}=\frac{۳m+۶}{۱۶}=\frac{۳}{۴} \rightsquigarrow \boxed{m=۲}$

$y=\frac{۳}{۴}x+\frac{n}{۴} \rightsquigarrow \frac{۳+n}{۴}=\frac{۲+۲}{۴} \rightsquigarrow \boxed{n=۱}$

$\boxed{m+n=۳}$

۴

$۳g-f(x)=\frac{۹}{۳+\sin x}-\frac{(۳-\cancel{\sin x})(۹+\sin^۲ x+۳\sin x)}{(۳-\cancel{\sin x})(۳+\sin x)}=\frac{-\sin x(\cancel{\sin x+۳})}{\cancel{\sin x+۳}}$

یا $-\sin x \xrightarrow{\text{مشتق}} (۳g-f)'(x)=-\cos x \rightsquigarrow -\cos\left(\frac{۵\pi}{۳}\right)=\boxed{-\frac{۱}{۲}}$

۸

$f(x)=۸x^{\frac{۵}{۲}}+۶x^{\frac{۱}{۲}} \longrightarrow f'(x)=۲۰x^{\frac{۳}{۲}}+۳x^{-\frac{۱}{۲}}$

معادله‌ی خط مماس در نقطه‌ی $x=a$ برابر است با:

$y-۲\sqrt{a}(۴a^۲+۳)=\frac{۲۰a^۲+۳}{\sqrt{a}}(x-a)$

$x,y=۰ \rightsquigarrow \cancel{-}۲\sqrt{a}(۴a^۲+۳)=\frac{۲۰a^۲+۳}{\sqrt{a}}(\cancel{-}a) \rightsquigarrow ۲\cancel{a}(۴a^۲+۳)=۲۰a^۲+۳(\cancel{a})$

$۸a^۲+۶=۲۰a^۲+۳ \longrightarrow ۱۲a^۲=۳ \longrightarrow \boxed{a=\pm\frac{۱}{۲}} \rightsquigarrow a>۰ \rightsquigarrow a=\frac{۱}{۲}$

$m=۲۰(۲^{-۱\times\frac{۳}{۲}})+۳(۲^{-۱(-\frac{۱}{۲})})=\boxed{۸\sqrt{۲}}$

۹

$$y = mx \rightarrow \frac{\sqrt{a}}{-۲a^{۲}+a+۱} = ma \rightarrow \frac{۱}{-۲a^{۲}+a+۱} = m\sqrt{a}$$

$$m\sqrt{a}(-۲a^{۲}+a+۱) = ۱ \rightarrow -۲m(a^{\frac{۵}{۲}}) + m(a^{\frac{۳}{۲}}) + m(a)^{\frac{۱}{۲}} = ۱ \xrightarrow{\text{مشتق}}$$

$$-۵m(a^{\frac{۳}{۲}}) + \frac{۳}{۲}m(a^{\frac{۱}{۲}}) + \frac{m}{۲}(a^{-\frac{۱}{۲}}) = ۰$$

$$\frac{m}{۲}(a^{-\frac{۱}{۲}})(-۱۰a^{۲}+۳a+۱) = ۰ \rightarrow a = -\frac{۱}{۵} \text{ یا } \overset{\checkmark}{a = \frac{۱}{۲}} \ (a>۰)$$

$$f(a) = \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{-۲(\frac{۱}{۴})+\frac{۱}{۲}+۱} = \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۱} = \boxed{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}$$

۱۰

$$g(x) = (x^{۲}-۱)^{-\frac{۱}{۲}} \rightarrow g'(x) = -\frac{۱}{۲}(۲x)(x^{۲}-۱)^{-\frac{۳}{۲}}$$

$$g'(\frac{\sqrt{۵}}{۲}) = -\frac{۱}{۲}(\sqrt{۵})(\frac{۵}{۴}-۱)^{-\frac{۳}{۲}} \rightarrow -\frac{\sqrt{۵}}{۲}\left(\underset{۸}{\cancel{۲^{-۲(-\frac{۳}{۲})}}}\right) = -۴\sqrt{۵}$$

$$g(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^{-}) = \frac{۱}{\sqrt{\frac{۵}{۴}^{-}-۱}} = \frac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{۴}^{-}}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}^{-}} = ۲^{+}$$

$$f'(۲^{+}) = ((۲x)^{۳})' = ۲۴x^{۲} = ۲۴\times۴$$

$$fog'(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^{-}) = -۴\sqrt{۵}\times۲۴\times۴ \xrightarrow{\div -۴۸\sqrt{۵}} \frac{\overset{۲}{\cancel{۲۴}}\times\cancel{۴}\times -۴\sqrt{۵}}{-\cancel{۴۸}\sqrt{۵}} : \boxed{۸}$$