سیمرا ارسلانی — تکلیف ۲۴

۱) $(۱)(۵) \Rightarrow m = \frac{۶}{۳} \Rightarrow y = \frac{۶}{۳}x + ۱ \Rightarrow y' = \frac{۶}{۳}$

---

۲) $m = \frac{۲-۱}{۲+۱} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow y = \frac{۱}{۳}x + \frac{۶}{۳} \Rightarrow \sqrt{ax-۱} = \frac{۱}{۳}x + \frac{۶}{۳}$

$\Rightarrow x^۲ + ۸x + ۱۶ = ۹(ax-۱) \Rightarrow x^۲ + (۸-۹a)x + ۲۵ = ۰$

$\Rightarrow (۸-۹a)^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow f(۵) = ۳$

---

۳) $m = \frac{۳}{۴} \Rightarrow y' = \frac{(۲x+m)(x+۳) - (x^۲+mx+۱)}{(x+۳)^۲} = \frac{x^۲+۶x+۳m-۱}{(x+۳)^۲}$

$\xrightarrow{x=۱} \frac{۶+۳m}{۱۶} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow m = ۲ \Rightarrow n = ۱ \Rightarrow m+n = ۳$

---

۴) $g'(x) = \frac{-۳\cos x}{(۲+\sin x)^۲} \quad f'(x) = \frac{-۹\cos}{(\sin x+۲)^۲}$

$\Rightarrow ۳g'(\frac{۵\pi}{۳}) - f'(\frac{۵\pi}{۳}) = \frac{-۴۸+۲۰\sqrt{۳}}{۱۲۱}$

---

۵) $g' \cdot f'(g) = (f \circ g)' \Rightarrow f \circ g = \sqrt[۳]{\frac{۱}{x^۵}} \; x = ۱ \xrightarrow{y'} -۱$

$\Rightarrow |\alpha| = ۱$

---

۶) $g(x) = \frac{\left(\frac{\sin x-۱}{\sin x+۱}\right)^۲ - ۱}{x} \Rightarrow \lim_{x\to ۰} g(x) \; \frac{۰}{۰} \xrightarrow{\text{HOP}} \frac{۲\left(\frac{\sin x-۱}{\sin x+۱}\right)\left(\frac{۲\cos}{(\sin x+۱)^۲}\right)}{۱} = -۴$

-۴

$ax+1 = -x^2-1 \quad , \quad -\frac{1}{a}x-1 = -x^2-1$ (۷

$a<1 \quad x<1 \quad , \quad -x-1$

$x+1 = -x^2-1 \Rightarrow x=-x^2 \rightarrow x=-1$

$x-1 = -x^2-1 \Rightarrow x=x^2 \rightarrow x=1 \rightarrow y=-2 \Rightarrow$ ۲ نقطه از مبدأ مختصات

مماس $= ax \Rightarrow f'(x)=a$ $\quad ①\ 2\sqrt{x}$ (در نقطه) $= ax$ (۸

$②\ \frac{1}{\sqrt{x}}$ (در نقطه) $,\ (2\sqrt{x}/x) = a$

$\Rightarrow a = 1/\sqrt{2}$

[illegible] $f(x)=ax \Rightarrow f'(x)=a$ (۹

$①\ ax = \frac{\sqrt{x}}{x^2+x+1}$

$②\ a = \frac{4x^2+x+1}{(2\sqrt{x})(x^2+x+1)^2} \Rightarrow x=\frac{1}{2} \Rightarrow f(\frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱۰