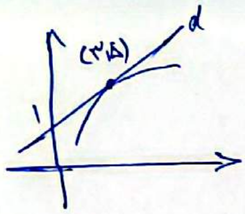
۱-



$d: m = \frac{۵-۱}{۳-۰} = \frac{۴}{۳} \rightarrow \boxed{f'(۳) = \frac{۴}{۳}}$

۲-

$f(x) = \sqrt{ax-۱} \rightarrow f'(x) = \frac{a}{۲\sqrt{ax-۱}}$

$(۲,۲)$ و $(-۱,۱) \rightarrow \frac{۲-۱}{۲-(-۱)} = \frac{۱}{۳} \rightarrow y = \frac{x}{۳} + \frac{۴}{۳}$

$$\left.\begin{array}{l} f(A) = \frac{A}{۳} + \frac{۴}{۳} = \sqrt{aA-۱} \\ f'(A) = \frac{۱}{۳} = \frac{a}{۲\sqrt{aA-۱}} \ * \end{array}\right.$$

$\frac{A+۴}{۳} = \sqrt{Aa-۱} \xrightarrow{*} \frac{a}{۲\frac{(A+۴)}{۳}} = \frac{۱}{۳} \rightarrow ۲A+۸ = ۹a \rightarrow A = \frac{۹a-۸}{۲}$

$\xrightarrow{*} \frac{a}{۲\sqrt{a\left(\frac{۹a-۸}{۲}\right)-۱}} = \frac{۱}{۳} \rightarrow \frac{a^۲}{۱۸a^۲-۱۶a-۴} = \frac{۱}{۹} \rightarrow ۹a^۲-۱۶a-۴=۰ \rightarrow a = \frac{۱۶ \pm \sqrt{\cancelto{۲۰}{۲۵۶+۱۴۴}}}{۱۸}$

$\rightarrow \boxed{a = \frac{۳۶}{۱۸} = ۲} \rightarrow f(x) = \sqrt{۲x-۱} \rightarrow f(۵) = \sqrt{۱۰-۱} = \sqrt{۹} = \boxed{۳}$

۳-

$y = \frac{x^۲+mx+۱}{x+۳} \rightarrow y' = \frac{x^۲+۶x+۳m-۱}{(x+۳)^۲} = \frac{۳}{۴}$

$\xrightarrow{x=۱} \frac{۶+۳m}{۱۶} = \frac{۳}{۴} \rightarrow \boxed{m=۲} \rightarrow y = \frac{x^۲+۲x+۱}{x+۳} \rightarrow f(۱) = \frac{۴}{۴} = ۱$

$\rightarrow$ مماس $(۱,۱)$ $\rightarrow$ ~~[illegible]~~ $۴ = ۳+n \rightarrow \boxed{n=۱}$

$\boxed{m+n=۳}$

۴-

طاها احمی

۵-

$(fog)'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x)) \rightarrow g'(\sqrt[۵]{۳})\, f'(g(\sqrt[۵]{۳})) = (fog)'(\sqrt[۵]{۳})$

$g(\sqrt[۵]{۳}) = \frac{۱}{۳+۳} = \frac{۱}{۶}$

$f(x) = \frac{-۱}{\sqrt[۵]{۲x}} = -۲x^{-\frac{۱}{۵}} \rightarrow f'(x) = \frac{۲}{۵}x^{-\frac{۶}{۵}}$

$$\left.\right\} f'\left(\frac{۱}{۶}\right) = \frac{۲}{۵}(۶^{-۱})^{-\frac{۶}{۵}} = \frac{۲}{۵}۶^{\frac{۶}{۵}} = \frac{۲}{۵}\sqrt[۵]{۶^۶}$$

$\boxed{= \frac{۱۲}{۵}\sqrt[۵]{۶}}$

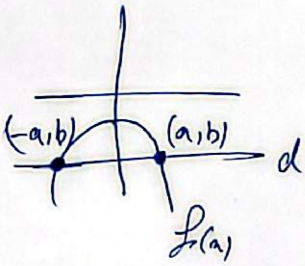
۶-

$f(x) = \frac{\sin^۲ x + ۱ - ۲\sin x}{\sin^۲ x + ۲\sin x + ۱} = x g + ۱ \rightarrow \frac{\cancel{\sin^۲ x} + \cancel{۱} - ۲\sin x - \cancel{\sin^۲ x} - \cancel{۱} - ۲\sin x}{\sin^۲ x + ۱ + ۲\sin x} = x g \rightarrow x g = \frac{-۴\sin x}{\sin^۲ x + ۲\sin x + ۱}$

$\rightarrow g(x) = \frac{-۴\sin x}{x(\sin^۲ x + ۲\sin x + ۱)} \rightarrow \lim_{x\to ۰} g(x) \underset{\sin x \sim x}{\xrightarrow{\text{هم ارزی}}} \lim_{x\to ۰} \frac{-۴x}{x^۳ + ۲x^۲ + x} \underset{\text{Hop}}{\xrightarrow{\text{هوپیتال}}} \frac{-۴}{۳x^۲ + ۴x + ۱} = \boxed{-۴}$

۷-

$f(x) = x^۲ + ۱ \underset{\text{نسبت به محور } x}{\xrightarrow{\text{قرینه سهمی}}} \boxed{f(x) = -x^۲ - ۱}$



$f(x) = -x^۲ - ۱ \rightarrow f'(x) = -۲x$

$f'(a) = -۲a$

$f'(-a) = ۲a \xrightarrow{\text{عمود}} -۲a = -\frac{۱}{۲a} \rightarrow ۴a^۲ = ۱ \rightarrow \boxed{a = \frac{۱}{۲}} \rightarrow f(a) = f(\frac{۱}{۲}) = -\frac{۱}{۴} - ۱ = \boxed{-\frac{۵}{۴}}$

فاصله d از مبدا

۸-

۹-

$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{-۲x^۲ + x + ۱} \rightarrow f'(x) = \frac{\frac{\sqrt{x}}{۲x}(-۲x^۲ + x + ۱) + \sqrt{x}(۴x - ۱)}{(-۲x^۲ + x + ۱)^۲}$

$f(A) = aA \rightarrow \frac{\sqrt{A}}{-۲A^۲ + A + ۱} = Aa$ ✱

$\boxed{\sqrt{A} = Aa(-۲A^۲ + A + ۱)}$

$d: y = ax \rightarrow f(A) = aA$

$f'(A) = a \rightarrow \frac{\frac{\sqrt{A}}{۲A}(-۲A^۲ + A + ۱) + \sqrt{A}(۴A - ۱)}{(-۲A^۲ + A + ۱)^۲} = \frac{\frac{\sqrt{A}}{۲A}(-۲A^۲ + A + ۱ + ۸A^۲ - ۲A)}{(-۲A^۲ + A + ۱)^۲}$

$\xrightarrow{✱} \frac{(۶A^۲ - A + ۱)\cancel{a}}{۲(-۲A^۲ + A + ۱)} = \cancel{a} \rightarrow ۶A^۲ - A + ۱ = -۴A^۲ + ۲A + ۲ \rightarrow ۱۰A^۲ - ۳A - ۱ = ۰ \rightarrow \boxed{A = \frac{۵}{۱۰} = \frac{۱}{۲}}$

$f(A) = f(\frac{۱}{۲}) = \frac{\sqrt{\frac{۱}{۲}}}{-۱ + \frac{۱}{۲} + ۱} = \frac{\sqrt{\frac{۱}{۲}}}{\frac{۱}{۲}} = ۲\sqrt{\frac{۱}{۲}} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۲} = \boxed{\sqrt{۲}}$

۱۰-

$f'(g(x)) = g'(x) \cdot f'(g(x))$

$g'(x) = -\frac{۱}{۲} \times ۲x \times \frac{۱}{(x^۲ - ۱)\sqrt{x^۲ - ۱}} \rightarrow g'(\frac{\sqrt{۵}}{۲}) = -۴\sqrt{۵}$

$f'(g(x)) = f'(۲) = ۲۴x^۲$

$\Big\} = \frac{۲۴ \times ۴ \times -۴\sqrt{۵}}{-۴۸\sqrt{۵}} = \boxed{-۸}$