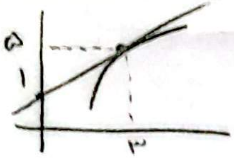
نام و نام خانوادگی ...... شایان حبیبیان ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ...... یازدهم B ......

۱۹,۵ آفرین

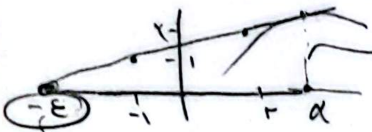
۱



$f'(۳) =$ شیب خط مماس در نقطه ۳ $= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \boxed{\frac{٤}{۳}}$

۲

۲



$f(x) = \sqrt{ax-1} \rightarrow f'(x) = \frac{a}{۲\sqrt{ax-1}}$

شیب خط مماس $= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{۱}{۳}$

طول از مبدا: (-٤) $\left\{ \frac{a}{۲\sqrt{ax-1}} = \frac{\sqrt{ax-1}}{x+٤} \rightarrow ۲(ax-۱) = ax+٤a \right.$

$\rightarrow ax = ٤a+۲ \rightarrow x = ٤ + \frac{۲}{a}$; از طرفی $\frac{a}{۲\sqrt{ax-1}} = \frac{۱}{۳} \rightarrow ۳a = ۲\sqrt{٤a+۱} \rightarrow a = ۲$

$f(x) = \sqrt{۲x-۱} \rightarrow f(۵) = \boxed{۳}$

۲

۳

$y = \frac{x^۲+mx+۱}{x+۳} \rightarrow y' = \frac{۲x+m(x+۳) - (x^۲+mx+۱)}{(x+۳)^۲} \xrightarrow{x=۱} \frac{۶+۳m}{۱۶} = \frac{۳}{٤}$

$\boxed{m = ۲}$

معادله خط مماس $x=۱$: $٤y - ۳x = n \rightarrow$ شیب $= \frac{۳}{٤} = f'(۱) = \frac{۳}{٤}$

$y = \frac{x^۲+۲x+۱}{x+۳} \xrightarrow{x=۱} f(۱) = ۱ \left\{ ٤\times۱ - ۳ = n = \boxed{۱} \right. \rightarrow m+n = \boxed{۳}$

۲

۴

$f(x) = \frac{۲۷ - \sin^۳x}{۹ - \sin^۲x} = \frac{(\cancel{۳ - \sin x})(۹ + \sin^۲x + ۳\sin x)}{(\cancel{۳ - \sin x})(۳ + \sin x)} = \frac{۹ + \sin^۲ x + ۳\sin x}{۳ + \sin x}$

$g = \frac{۳}{۳ + \sin x} \left\{ ۳g - f = \frac{۹ - ۹ - \sin^۲ - ۳\sin x}{۳ + \sin x} = \frac{-\sin x(\cancel{\sin x + ۳})}{\cancel{۳ + \sin x}} = -\sin x \right.$

$(۳g - f)' = ۳g' - f' = -\cos x \rightarrow ۳g'(\frac{۵\pi}{۳}) - f'(\frac{۵\pi}{۳}) = \boxed{-\frac{۱}{۲}}$

۲

۵

$f(x) = -\frac{۱}{\sqrt[۵]{x+|x|}} \qquad g(x) = \frac{۱}{x^۵ + |x^۵|} \qquad g'(x) \times f'(g(x)) = (fog)'$

در نقطه + برای ... شدن قدر مطلق ...

$fog = \frac{-۱}{\sqrt[۵]{\frac{۱}{۲x^۵} + \frac{۱}{۲x^۵}}} = -x \rightarrow (fog)' = \boxed{-۱}$

$g'(\sqrt[۵]{۳}) \times f'(g(\sqrt[۵]{۳})) = \boxed{-۱}$

۲

$f(x) = \left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)^2$ $\Big\{ f(x) = x \times g(x) + 1 \to \frac{f(x)-1}{x} = g(x)$

$\lim_{x\to 0} g(x) = \lim_{x\to 0}\frac{f(x)-1}{x} \quad \frac{0}{0} \xrightarrow{Hop} \lim \frac{f'(x)}{1} = f'(0)$

$f'(x) = 2\left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right) \times \frac{2\cos x}{(1+\sin x)^2} \xrightarrow{x=0} f'(0) = -4$ ۲ ۶

$y = x^2+1 \xrightarrow[x]{\text{قرینه نسبت به}} y = -x^2-1$ ، خط $y = \alpha$

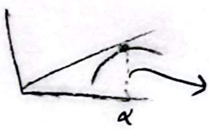
$-x^2-1 = \alpha \to \pm\sqrt{-\alpha-1} = x$ $f'(x) = -2x$ شیب‌ها در نقاط برخورد: $-2\sqrt{-\alpha-1}$ ۲ خط عمود ، $2\sqrt{-\alpha-1}$ شیب‌ها قرینه معکوس ۷

$-2\sqrt{-\alpha-1} \times 2\sqrt{-\alpha-1} = -1 \to 4|\alpha+1| = 1$ $\alpha+1 = \frac14 \to \alpha = -\frac34$ ✗ ، $\alpha+1 = -\frac14 \to \alpha = -\frac54$ ✓

$\xrightarrow{\text{خط}} y = -\frac54$ فاصله از مبدأ $= \frac54$ ۳ $\alpha < -1$

$f(x) = 2\sqrt{x}\,(4x^2+3) \to f'(x) = \frac{4x^2+3}{\sqrt{x}} + 16x\sqrt{x} = \frac{20x^2+3}{\sqrt{x}}$

فرض کرده نقطه تماس $x=\alpha$ باشد → شیب $= \frac{20\alpha^2+3}{\sqrt{\alpha}}$ حیف



$2\sqrt{\alpha}\,(4\alpha^2+3)$ ۸

→ شیب $\frac{2\sqrt{\alpha}(4\alpha^2+3)}{\alpha} = \frac{20\alpha^2+3}{\sqrt{\alpha}} \to 2(4\alpha^2+3) = 20\alpha^2+3 \to \alpha^2 = \frac14$

$\alpha = \pm\frac12 \xrightarrow{\alpha>0} \alpha = \frac12 \to a = \boxed{8\sqrt2}$ ۲

نقطه $x=\alpha$ مفروض $a = \frac{\frac{\sqrt{\alpha}}{-2\alpha^2+\alpha+1}}{\alpha}$ $\Big\}$ $f'(x) = \frac{\frac{-2x^2+x+1}{2\sqrt{x}} - (-4x+1)\sqrt{x}}{(-2x^2+x+1)^2}$

$= \frac{6x^2-x+1}{2\sqrt{x}(-2x^2+x+1)^2} \to \frac{\sqrt{\alpha}}{(-2\alpha^2+\alpha+1)\alpha} = \frac{6\alpha^2-\alpha+1}{2\sqrt{\alpha}(-2\alpha^2+\alpha+1)^2} \to 2(-2\alpha^2+\alpha+1) = 6\alpha^2-\alpha+1$ ۹

$10\alpha^2-3\alpha-1 \to \alpha = \frac12$ عرض $a = \boxed{\frac{\sqrt2}{2}}$ ۲

$(f\circ g)' = g'(x) \times f'(g(x)) \to (f\circ g)' = \frac{-2x}{x^2-1} \times f'(\ldots) =$

چون مشتق f خواسته یعنی ... درجه ۵ و از $\frac12$ کمتر بیش حدود از ۲ بیشتر شده ۱٫۵

$\frac{-2x}{x^2-1} \times 24x^2 = \frac{-48x^3}{x^2-1} = \frac{-48 \times \frac{5\sqrt5}{8}}{\frac14} = \frac52(-48\sqrt5) \to$ $\boxed{\text{۲٫۵ برابر}}$ ۱۰

۱۰

$$g(x) = (x^{۲}-۱)^{-\frac{۱}{۲}} \longrightarrow g'(x) = -\frac{۱}{۲}(۲x)(x^{۲}-۱)^{-\frac{۳}{۲}}$$

$$g'\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}\right) = -\frac{۱}{۲}(\sqrt{۵})\left(\frac{۵}{۴}-۱\right)^{-\frac{۳}{۲}} \longrightarrow -\frac{\sqrt{۵}}{۲}\Big(\underbrace{\cancel{۲^{-۲(-\frac{۳}{۲})}}}_{۸}\Big) = -۴\sqrt{۵}$$

$$g\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^{-}\right) = \frac{۱}{\sqrt{\frac{۵^{-}}{۴}-۱}} = \frac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{۴}^{-}}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}^{-}} = ۲^{+}$$

$$f'(۲^{+}) = ((۲x)^{۳})' = ۲۴x^{۲} = ۲۴\times۴$$

$$fog'\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^{-}\right) = -۴\sqrt{۵}\times۲۴\times۴ \xrightarrow{\div -۴۸\sqrt{۵}} \frac{\overset{۲}{\cancel{۲۴}}\times\cancel{۴}\times -۴\sqrt{۵}}{-\cancel{۴۸}\sqrt{۵}} = ۸$$