نام و نام خانوادگی ...محمد حسینی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...... کلاس ....یازدهم ریاضی B.......

۸٫۷۵

$f'(3) = \lim\limits_{x \to 3} \dfrac{f(x) - f(3)}{x-3}$ d خط : $(0,1)$ و $(3,5)$ $\Rightarrow$ d شیب خط : $\dfrac{5-1}{3-0} = \dfrac{4}{3}$ $\Rightarrow$ d شیب خط $= f'(3) = \dfrac{4}{3}$ ۲	۱
$f(x) = \sqrt{ax-1} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{a}{2\sqrt{ax-1}} \Rightarrow \dfrac{a}{2\sqrt{ax-1}} = \dfrac{1}{3}$ d شیب خط : $\dfrac{2-1}{+2+1} = \dfrac{1}{3}$ ۰٫۲۵	۲
$y'(1) = +\dfrac{3}{4} = \dfrac{(2x+m)(x+3) - (x^2+mx+1)}{(x+3)^2}$ $\dfrac{3}{4} = \dfrac{4(2+m) - (1+m+1)}{16} \Rightarrow \dfrac{3}{4} = \dfrac{3(2+m)}{16} \Rightarrow 2+m = 4 \Rightarrow m = 2$ $x = 1 \Rightarrow y(1) = \dfrac{4}{4} = 1 \Rightarrow 4y - 3x = n \Rightarrow 4 - 3 = n \Rightarrow n = 1$ $m + n = 1 + 2 = 3$ ۲	۳
چون $\dfrac{5\pi}{2}$ نقطه مرزی دامنه نیست و در دامنه پیوسته است از کل عبارت مشتق می‌گیریم ساده می‌کنیم $f(x) = \dfrac{(3-\sin x)(9+\sin^2 x+3\sin x)}{(3-\sin x)(3+\sin x)} = \dfrac{9+\sin^2 x+3\sin x}{3+\sin x} \Rightarrow \cancel{f'(x) = 2\sin x\cos x}$ $f'(x) = \dfrac{(2\sin x\cos x+3\cos x)(3+\sin x) - (9+\sin^2 x+3\sin x)\cos x}{(3+\sin x)^2}$ $g'(x) = \dfrac{-3\cos x}{(3+\sin x)^2}$ ۱٫۵	۴
۰	۵

$$f'(x) = 2\left(\frac{\sin x - 1}{\sin x + 1}\right)\left(\frac{\overset{2\cos x}{\cancel{\cos x(\sin x+1) - \cos x(\sin x - 1)}}}{(\sin x + 1)^2}\right)$$

$$f'(x) = x g'(x) + g(x)$$

6

.15

0

7

$(0,0)$ $\qquad \sqrt{x} = t$

$$f(x) = 2\sqrt{x}\,(4x^2+3)$$

$$\frac{2\sqrt{x}\,(4x^2+3)}{x} = \frac{1}{\sqrt{x}}(4x^2+3) + 2\sqrt{x}\,(8x) \Rightarrow \frac{2t(4t^4+3)}{t^2} = \frac{1}{t}(4t^4+3) + 2t(8t^2)$$

8

$$\frac{2}{t}(4t^4+3) - \frac{1}{t}(4t^4+3) = 16t^3 \Rightarrow \frac{1}{t}(4t^4+3) = 16t^3 \Rightarrow 4t^4+3 = 16t^4$$

$$-12t^4 = -3 \Rightarrow t^4 = \frac{1}{4} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{2}}{2} \xRightarrow[x=t^2]{t=\sqrt{x}} x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

2

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cancel{4}\frac{1}{\cancel{4}}+3\right)}{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{1} = 8\sqrt{2}$$

0

9

0

10

۲

$m = \frac{۲-۱}{۲+۱} = \frac{۱}{۳} \rightsquigarrow f'(x) = \frac{a}{۲\sqrt{ax-۱}} = \frac{۱}{۳} \rightsquigarrow ۳a = ۲\sqrt{ax-۱}$

مماس $= y = \frac{۱}{۳}x + \frac{۴}{۳} \rightsquigarrow x+۴ = ۳\sqrt{ax-۱} \rightsquigarrow x+۴ = \frac{۳a}{۲}(۳) = \frac{۹a}{۲}$

$x = ۴{,}۵a - ۴ \rightsquigarrow ۴{,}۵a - ۴ + ۴ = ۳\sqrt{a(۴{,}۵a-۴)-۱} \rightsquigarrow ۹a^۲ - ۱۶a - ۴ = ۰ \rightsquigarrow a = ۲ \checkmark$

$\hookrightarrow a = -\frac{۲}{۹}$ x

$f(۵) = \sqrt{۱۰-۱} = \sqrt{۹} = \boxed{۳}$

۴

$۳g - f(x) = \frac{۹}{۳ + \sin x} - \frac{(۳ - \sin x)(۹ + \sin^۲ x + ۳\sin x)}{(۳-\sin x)(۳ + \sin x)} = \frac{-\sin x(\sin x + ۳)}{\sin x + ۳}$

یا $-\sin x \xrightarrow{\text{مشتق}} (۳g - f)'(x) = -\cos x \rightsquigarrow -\cos(\frac{۵\pi}{۳}) = \boxed{-\frac{۱}{۲}}$

۵

$g'(x) \times f'(g(x)) = (fog)'(x)$

$x>۰ \longrightarrow g(x) = \frac{۱}{۲x^۵} \longrightarrow f(x) = \frac{-۱}{\sqrt[۵]{۲x}} \rightsquigarrow fog(x) = \frac{-۱}{\sqrt[۵]{۲(\frac{۱}{۲x^۵})}}$

$fog(x) = -x \longrightarrow fog'(x) = \boxed{-۱} \rightsquigarrow fog'(\sqrt[۵]{۳}) = ۱$

۶

$g(x) = \frac{f(x) - ۱}{x} \longrightarrow \lim_{x \to ۰} g(x) = f'(۰)$

$f'(x) = \frac{۲}{(۱+\sin x)^۲} \times \cos x \times ۲(\frac{\sin x - ۱}{۱ + \sin x}) \longrightarrow f'(۰) = \frac{۲}{۱} \times ۱ \times -۲ = \boxed{-۴}$

$$y = x^2 - 1 \xrightarrow[\text{نسبت به محور } x]{\text{قرینه}} y_1 = -x^2 - 1 \xrightarrow{\text{مشتق}} y_1' = -2x$$ ۷

۲ خط را l_1 و l_2 در نظر می‌گیریم:

$$m_{l_1} = -2(-\alpha) = 2\alpha$$
$$m_{l_2} = -2(\alpha) = -2\alpha \xrightarrow{\text{عمود}} -4\alpha^2 = -1 \rightarrow \boxed{\alpha = \pm\frac{1}{2}}$$

۲ نقطه $\rightarrow A(-\frac{1}{2}, \beta)\quad B(\frac{1}{2}, \beta) \xrightarrow[\text{از مبدا}]{\text{فاصله خط}} \left|-(-\frac{1}{2})^2 - 1\right| = \left|-\frac{5}{4}\right| = \boxed{1/25}$

$$f(x) = 8x^{\frac{5}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} \longrightarrow f'(x) = 20x^{\frac{3}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}}$$ ۸

معادله‌ی خط مماس در نقطه‌ی $x = a$ برابر است با:

$$y - 2\sqrt{a}(4a^2+3) = \frac{20a^2+3}{\sqrt{a}}(x-a)$$

$$x, y = 0 \rightarrow \cancel{-}2\sqrt{a}(4a^2+3) = \frac{20a^2+3}{\sqrt{a}}(\cancel{-}a) \rightarrow 2\cancel{a}(4a^2+3) = 20a^2+3(\cancel{a})$$

$$8a^2 + 6 = 20a^2 + 3 \rightarrow 12a^2 = 3 \rightarrow \boxed{a = \pm\frac{1}{2}} \rightarrow a > 0 \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$m = 20(2^{-1\times\frac{3}{2}}) + 3(2^{-1(-\frac{1}{2})}) = \boxed{8\sqrt{2}}$$

$$y = mx \longrightarrow \frac{\sqrt{a}}{-2a^2+a+1} = ma \longrightarrow \frac{1}{-2a^2+a+1} = m\sqrt{a}$$ ۹

$$m\sqrt{a}(-2a^2+a+1) = 1 \longrightarrow -2m(a^{\frac{5}{2}}) + m(a^{\frac{3}{2}}) + m(a)^{\frac{1}{2}} = 1 \xrightarrow{\text{مشتق}}$$

$$-5m(a^{\frac{3}{2}}) + \frac{3}{2}m(a^{\frac{1}{2}}) + \frac{m}{2}(a^{-\frac{1}{2}}) = 0$$

$$\frac{m}{2}(a^{-\frac{1}{2}})(-10a^2 + 3a + 1) = 0 \rightarrow a = -\frac{1}{5} \text{ یا } a = \frac{1}{2} \quad (a > 0)$$

$$f(a) = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-2(\frac{1}{4}) + \frac{1}{2} + 1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$g(x) = (x^{۲}-۱)^{-\frac{۱}{۲}} \longrightarrow g'(x) = -\frac{۱}{۲}(۲x)(x^{۲}-۱)^{-\frac{۳}{۲}}$$ ۱۰

$$g'\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}\right) = -\frac{۱}{۲}(\sqrt{۵})\left(\frac{۵}{۴}-۱\right)^{-\frac{۳}{۲}} \longrightarrow -\frac{\sqrt{۵}}{۲}\left(\underset{۸}{\cancel{۴^{-۲\left(-\frac{۳}{۲}\right)}}}\right) = -۴\sqrt{۵}$$

$$g\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^{-}\right) = \frac{۱}{\sqrt{\frac{۵^{-}}{۴}-۱}} = \frac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{۴}^{-}}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}^{-}} = ۲^{+}$$

$$f'(۲^{+}) = ((۲x)^{۳})' = ۲۴x^{۲} = ۲۴ \times ۴$$

$$fog'\left(\frac{\sqrt{۵}^{-}}{۲}\right) = -۴\sqrt{۵} \times ۲۴ \times ۴ \xrightarrow{\div -۴۸\sqrt{۵}} \frac{\overset{۲}{\cancel{۲۴}} \times \cancel{۴} \times -۴\sqrt{۵}}{-\cancel{۴۸}\sqrt{۵}} = \boxed{۸}$$