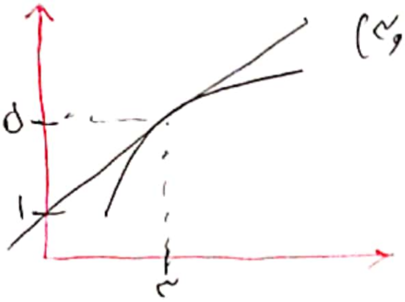

۱)

$(۳,۵)$

$y-1=f'(۳)\times x \to ۵-1=f'(۳)\times ۳ \to ۳f'(۳)=۴$

$f'(۳)=\frac{۴}{۳}$

۱۷٫۵ ✓ $\frac{۴}{۳}$ ۲

---

۲)

$f(x)=\sqrt{ax-1}$ $(-1,1)$ $(۳,۳)$ $f(۵)=?$

$m=\frac{۳-1}{۳+1}=\frac{1}{۲}$ $y=\frac{1}{۲}x+b \to ۳=\frac{1}{۲}\times ۳+b \to b=\frac{۴}{۲} \to y=\frac{1}{۲}x+\frac{۴}{۲}$

$\frac{1}{۲}x+\frac{۴}{۲}=\sqrt{ax-1} \to x+۴=۳\sqrt{ax-1} \to x^۲+۱۶+۸x=۹(ax-1)=۹ax-۹$

$\to x^۲+(۸-۹a)x+۲۵=0 \to \Delta=b^۲-۴ac=0 \to ۶۴+۸۱a^۲-۱۴۴a-۱۰۰=0$

$\to ۸۱a^۲-۱۴۴a-۳۶=0 \to a^۲-۱۶a-۴=0 \to (a-\frac{۱۸}{۹})(a+\frac{۲}{۹})=0 \to a=۲, -\frac{۲}{۹}$

$f(x)=\sqrt{۲x-1}=\sqrt{۱۰-1}=\sqrt{۹}=۳$ $f(۵)=۳$

---

۳)

$y=\frac{x^۲+mx+1}{x+۳}$ $۴y-۳x=n$ $m+n=?$

$۴y.۳x+n \to m=\frac{۳}{۴}$ ۱٫۵

$\frac{x^۲+۶x+۳m-1}{(x+۳)^۲} \underset{x=1}{=} \frac{۶+۳m}{۱۶}=\frac{۳}{۴} \to ۶+۳m=۱۲ \to m=۲$ $m+n=1$

$f(1)=1 \to ۴(1)-۳(1)=n \to n=1$

---

۴)

$f(x)=\frac{۲۷-\sin^۳x}{۹-\sin^۲x}$, $g(x)=\frac{۳}{۳+\sin x}$ $۳g'(\frac{۵\pi}{۳})-f'(\frac{۵\pi}{۳})$

$\frac{(۳-\sin)(\sin^۲+۳\sin+۹)}{(۳-\sin)(۳+\sin)}$ $\frac{۹-(\sin^۲+۳\sin+۹)}{۳+\sin}=\frac{-\sin^۲-۳\sin}{۳+\sin}=-\sin$ $-\sin(\sin+۳)$

$\xrightarrow{\text{مشتق}} -\cos \to -\cos(\frac{۵\pi}{۳})=-\frac{1}{۲}$ ✓ $-\frac{1}{۲}$

---

۵)

$f(x)=-\frac{1}{\sqrt[۵]{x+|x|}}$, $g(x)=\frac{1}{x^۵+|x^۵|}$ $g'(\sqrt[۵]{۲})f'(g(\sqrt[۵]{۲}))=?$

$(f(g(x)))'$

$\sqrt[۵]{۲} \to g(x)=\frac{1}{۲x^۵} \Rightarrow -\frac{1}{\sqrt[۵]{۲x^۵}}=-x \xrightarrow{\text{مشتق}} -1$

✓ ۲ -1

۶

$f(x)=\left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)^2 \quad f(x)=xg(x)+1 \quad \lim_{x\to 0} g(x)=?$

$f'(x)=2\left(\frac{\cos x+\cos x}{(\sin x+1)^2}\right)\left(\frac{\sin x-1}{\sin x+1}\right)=2\times-2=-4$

$\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\frac{xg(x)}{x}=g(x)$

$g(x)=-4$

-4 ب

۷

$y=x^2+1 \to y'=2x \to -4x^2=-1 \to x^2=\frac{1}{4} \to x=\pm\frac{1}{2}$

$m_1=-m$

$(\pm\frac{1}{2})^2+1=\frac{5}{4}$

$\frac{5}{4}$ ب

۸

$f(x)=2\sqrt{x}(4x^2+3)=mx \quad m=?$

$x=\sqrt{x} \to 8x^2+6=m\sqrt{x} \longrightarrow 32x^2=8x^2+6 \to 24x^2-6=0$

$12x^2-3=0$

$16x=\frac{m}{2\sqrt{x}} \to m=32\sqrt{x^3}$

$x=\frac{1}{2} \leftarrow x^2=\frac{1}{4}$

$8\times(\frac{1}{4})+6=\frac{m}{\sqrt{2}} \to m=8\sqrt{2}$

$m=8\sqrt{2}$ ب

۹

$f(x)=\frac{\sqrt{x}-1}{-2x^2+x+1}=mx\sqrt{x}$

$\frac{0-(-4x+1)}{(-2x^2+x+1)^2}=\frac{m}{2\sqrt{x}}$

$\frac{-2x^2+x+1}{4x-1}=\frac{m\sqrt{x}}{\frac{m}{2\sqrt{x}}}=2x \longrightarrow 10x^2-3x-1 \Rightarrow x^2-\frac{3}{10}x-\frac{1}{10}$

$(x-\frac{5}{10})(x+\frac{2}{10})$

$\longrightarrow x=-\frac{1}{5}, \frac{1}{2} \longrightarrow x=\frac{1}{2} \to y=\frac{\sqrt{2}}{2}$

ب $\frac{\sqrt{2}}{2}$

---

۱۰ _ صفر

پردیا جانفشان   دوازدهم ریاضی

۳

$x=۱ \longrightarrow y = \frac{۲+m}{۴}$

$y' = \frac{(۲x+m)(x+۳) - (x^۲+mx+۱)}{(x+۳)^۲} = \frac{(m+۲)(۴) - (m+۲)}{۱۶} = \frac{۳m+۶}{۱۶} = \frac{۳}{۴} \rightsquigarrow m=۲$

$y = \frac{۳}{۴}x + \frac{n}{۴} \rightsquigarrow \frac{۳+n}{۴} = \frac{۲+۲}{۴} \rightsquigarrow n=۱$

$\Big\} \quad m+n=۳$

۱۰

$g(x) = (x^۲-۱)^{-\frac{۱}{۲}} \longrightarrow g'(x) = -\frac{۱}{۲}(۲x)(x^۲-۱)^{-\frac{۳}{۲}}$

$g'(\frac{\sqrt{۵}}{۲}) = -\frac{۱}{۲}(\sqrt{۵})(\frac{۵}{۴}-۱)^{-\frac{۳}{۲}} \longrightarrow -\frac{\sqrt{۵}}{۲}\left(۲^{-۲(-\frac{۳}{۲})}\right) = -\frac{\sqrt{۵}}{۲}(۸) = -۴\sqrt{۵}$

$g(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^-) = \frac{۱}{\sqrt{\frac{۵^-}{۴}-۱}} = \frac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{۴}^-}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}^-} = ۲^+$

$f'(۲^+) = ((۲x)^۳)' = ۲۴x^۲ = ۲۴ \times ۴$

$fog'(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^-) = -۴\sqrt{۵} \times ۲۴ \times ۴ \xrightarrow{\div -۴۸\sqrt{۵}} \frac{۲۴ \times ۴ \times -۴\sqrt{۵}}{-۴۸\sqrt{۵}} = \boxed{۸}$