۱۸٫۷۵

نام و نام خانوادگی ..امیرعلی رئیسی.......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۸... کلاس ...دوازدهم B...........

۱

$m_{\text{خط مماس}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{۵-۱}{۳-۰} = \frac{۴}{۳} = f'(۳)$

۲

۲

$m_{\text{خط مماس در نقطه ۸}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{۱}{۳} = f'(۸) \Rightarrow y = \frac{۱}{۳}x + \frac{۴}{۳}$

$f(x) = \sqrt{۲x-۱}$

$f(۵) = \sqrt{۹} = ۳$ ✓

۲

$x+۴ = ۳\sqrt{ax-۱}$

$x^۲+۸x+۱۶ = ۹ax-۹$

$x^۲+(۸-۹a)x+۲۵=۰ \longrightarrow \Delta = ۰ \Rightarrow ۸-۹a = \pm۱۰ \begin{cases} \to ~~a = \frac{۲}{۹}~~ \\ \to a = ۲ \end{cases}$

غ.ق.ق

۳

$y = \frac{۳}{۴}x + \frac{n}{۴} \longrightarrow \text{شیب خط } \frac{۳}{۴} = f'(۱) \longrightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{۵+۳m}{۱۶}$

$\xrightarrow{x=۱} \frac{۳+n}{۴} = \frac{۲+m}{۴}$

$f'(x) = \frac{x^۲+۶x+۳m-۲}{(x+۳)^۲}$

$۵+۳m = ۱۲$

$m = \frac{۷}{۳}$

$۳+n = ۲+m \Rightarrow n = m-۱$

$\xrightarrow{m=\frac{۷}{۳}} n = \frac{۴}{۳}$

$m+n = \frac{۷}{۳} + \frac{۴}{۳} = \frac{۱۱}{۳}$

۱٫۵

۴

$h(x) = ۳g(x) - f(x) = \frac{۹}{۳+\sin x} - \frac{(\cancel{۳-\sin x})(۹+۳\sin x+\sin^۲ x)}{(۳+\sin x)(\cancel{۳-\sin x})} = \frac{-۳\sin x - \sin^۲ x}{۳+\sin x}$

$h(x) = \frac{-\sin x\cancel{(۳+\sin x)}}{\cancel{۳+\sin x}} = -\sin x$

$h'(x) = -\cos x$

$h'(\frac{۵\pi}{۳}) = \frac{-۱}{۲}$ ✓

۲

۵

$f\circ g(x) = -\frac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{۲x۵} + \frac{۱}{۲x۵}}} = -x$

$(f\circ g)'(x) = -۱$ ✓

۲

۶

$xg(x) = f(x) - ۱$

$g(x) = \frac{f(x)-۱}{x}$ $\quad \lim_{x\to ۰} \frac{f(x)-۱}{x} \xrightarrow[\text{HOP}]{\text{مبهم}} \lim_{x\to ۰} \frac{f'(x)}{۱}$

$f'(x) = ۲ \times \frac{۲}{(۱+\sin x)^۲} \times \cos x \Rightarrow f'(۰) = ۲ \times ۲ \times ۱ = ۴$

۱٫۷۵

۷

$y_{\text{جدید}} = -x^۲ - ۱$ $\quad \begin{vmatrix} x_۲ \\ y \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_۱ \\ y \end{vmatrix}$ فرض می‌کنیم ۲ نقطه

باهم برخورد داشته باشند

$y' = -۲x$

$-x^۲ - ۱ = d$

$-x^۲ - ۱ - d = ۰$ $\quad \frac{-۱-d}{-۱} = -\frac{۱}{۴}$

$d = -\frac{۵}{۴}$

$\left.\begin{matrix} y'_۱ = -۲x_۱ \\ y'_۲ = -۲x_۲ \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{عمودند}} -۲x_۱ = \frac{۱}{۲x_۲} \Rightarrow ۴x_۱x_۲ = -۱$

$x_۱x_۲ = -\frac{۱}{۴} = P$

۲

۸

$۸x^۲\sqrt{x} + ۶\sqrt{x} = ax$

$a = \frac{۴x^۲+۳}{\sqrt{x}} + ۸x \times ۲\sqrt{x}$

$a = \frac{۲۰x^۲\sqrt{x} + ۳\sqrt{x}}{x} \Rightarrow ax = ۲۰x^۲\sqrt{x} + ۳\sqrt{x}$

$۲۰x^۲\sqrt{x} + ۳\sqrt{x} = ۸x^۲\sqrt{x} + ۶\sqrt{x}$

$\sqrt{x}(۱۲x^۲ - ۳) = ۰$ $\quad f(\frac{۱}{۲}) = ۴\sqrt{۲}$

~~$x = ۰$~~ غ.ق.ق → مشتق تعریف نشده می‌شود $\quad \frac{۱}{۲}a = ۴\sqrt{۲}$

$x = \frac{۱}{۲}$ $\quad a = ۸\sqrt{۲}$

~~$x = -\frac{۱}{۲}$~~ غ.ق.ق → زیر رادیکال منفی می‌شود

۲

۹

$\frac{\sqrt{x}}{-۲x^۲+x+۱} = ax$ $\quad f(\frac{۱}{۲}) = \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{-\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}+۱} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$\frac{۶x^۲-x+۱}{۲\sqrt{x}}$

$\frac{\frac{-۲x^۲+x+۱}{۲\sqrt{x}} - ~~(-۴x+۱)(\sqrt{x})~~}{(-۲x^۲+x+۱)^۲} = a$

$\xrightarrow[\text{می‌کنیم}]{\text{بر هم تقسیم}} \frac{۲x \times (-۲x^۲+x+۱)}{۶x^۲-x+۱} = x$

$-۴x^۲+۲x+۲ = ۶x^۲-x+۱$

$۱۰x^۲-۳x-۱ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}$

~~$x = -\frac{۱}{۵}$~~ غ.ق.ق

۲

۱۰

$fog(x) = \left(\frac{۱}{\sqrt{x^۲-۱}} \times \left[\frac{۱}{\sqrt{x^۲-۱}}\right]\right)^۳$

$(fog)'(x) = ۳\left[\frac{۱}{\sqrt{x^۲-۱}}\right] \times \frac{\sqrt{x^۲-۱}}{x} \left(\frac{۱}{\sqrt{x^۲-۱}} \times \left[\frac{۱}{\sqrt{x^۲-۱}}\right]\right)^۲$

$(fog)'(\frac{\sqrt{۵}}{۲}) = ۶ \times \frac{\sqrt{۵}}{۵} \times (۲\times۲)^۲ = \frac{۳}{۵} \times ۴۸\sqrt{۵}$

$-\frac{۲}{۵}$

۱٫۵

۳

$$x=۱ \longrightarrow y=\frac{۲+m}{۴}$$

$$y'=\frac{(\overset{m+۲}{\cancel{۲x+m}})(\overset{۴}{\cancel{x+۳}})-(\overset{m+۲}{\cancel{x^۲+mx+۱}})}{(\underset{۴}{\cancel{x+۳}})^۲}=\frac{۳m+۶}{۱۶}=\frac{۳}{۴}\rightsquigarrow \boxed{m=۲}$$

$$y=\frac{۳}{۴}x+\frac{n}{۴}\rightsquigarrow \frac{۳+n}{۴}=\frac{۲+۲}{۴}\rightsquigarrow \boxed{n=۱}$$

$$\boxed{m+n=۳}$$

۶

$$g(x)=\frac{f(x)-۱}{x}\longrightarrow \lim_{x\to ۰} g(x)=f'(۰)$$

$$f'(x)=\frac{۲}{(۱+\sin x)^۲}\times \cos x\times ۲\left(\frac{\sin x-۱}{۱+\sin x}\right)\longrightarrow f'(۰)=\frac{۲}{۱}\times ۱\times -۲=\boxed{-۴}$$

۱۰

$$g(x)=(x^۲-۱)^{-\frac{۱}{۲}}\longrightarrow g'(x)=-\frac{۱}{۲}(۲x)(x^۲-۱)^{-\frac{۳}{۲}}$$

$$g'\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}\right)=-\frac{۱}{۲}(\sqrt{۵})\left(\frac{۵}{۴}-۱\right)^{-\frac{۳}{۲}}\longrightarrow -\frac{\sqrt{۵}}{۲}\left(\underset{۸}{\cancel{۲^{-۲(-\frac{۳}{۲})}}}\right)=-۴\sqrt{۵}$$

$$g\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^-\right)=\frac{۱}{\sqrt{\frac{۵^-}{۴}-۱}}=\frac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{۴}^-}}=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}^-}=۲^+$$

$$f'(۲^+)=((۲x)^۳)'=۲۴x^۲=۲۴\times ۴$$

$$fog'\left(\frac{\sqrt{۵}^-}{۲}\right)=-۴\sqrt{۵}\times ۲۴\times ۴\xrightarrow{\div -۴۸\sqrt{۵}}\frac{\overset{۲}{\cancel{۲۴}}\times\cancel{۴}\times -۴\sqrt{۵}}{-\cancel{۴۸}\sqrt{۵}}=\boxed{۸}$$