نام و نام خانوادگی: امیرعلی رئیسی — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۱ — کلاس دوازدهم B

۱

$m_{\text{خط مماس}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-1}{3-0} = \frac{4}{3} = f'(3)$

۲

$m_{\text{خط مماس در نقطه } 8} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{3} = f'(8) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$

$f(x) = \sqrt{2x-1}$

$f(5) = \sqrt{9} = 3$

$x + 4 = 3\sqrt{ax-1}$

$x^2 + 8x + 16 = 9ax - 9$

$x^2 + (8-9a)x + 25 = 0 \rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 8 - 9a = \pm 10 \Rightarrow a = -\frac{2}{9}$ (غ.ق.ق) ، $a = 2$

۳

$y = \frac{3}{4}x + \frac{n}{4} \rightarrow \text{شیب خط } \frac{3}{4} = f'(1) \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{5+3m}{16}$

$x=1$: $\frac{3+n}{4} = \frac{2+m}{4}$

$f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 3m - 2}{(x+3)^2}$

$5 + 3m = 12$

$m = \frac{7}{3}$

$3 + n = 2 + m \Rightarrow n = m - 1$

$m = \frac{7}{3} \Rightarrow n = \frac{4}{3}$

$m + n = \frac{7}{3} + \frac{4}{3} = \frac{11}{3}$

۴

$h(x) = 3g(x) - f(x) = \frac{9}{3+\sin x} - \frac{(3-\sin x)(9 + 3\sin x + \sin^2 x)}{(3+\sin x)(3-\sin x)} = \frac{-3\sin x - \sin^2 x}{3 + \sin x}$

$h(x) = \frac{-\sin x(3+\sin x)}{3+\sin x} = -\sin x$

$h'(x) = -\cos x$

$h'(\frac{5\pi}{3}) = \frac{-1}{2}$

۵

$f \circ g(x) = -\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2x^5} + \frac{1}{2x^5}}} = -x$

$(f \circ g)'(x) = -1$

۶

$xg(x) = f(x) - 1$

$g(x) = \frac{f(x)-1}{x}$

$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-1}{x} \xrightarrow[HOP]{\text{مبهم}} \lim_{x\to 0} \frac{f'(x)}{1}$

$f'(x) = 2\times\frac{2}{(1+\sin x)^2}\times\cos x \Rightarrow f'(0) = 2\times2\times1 = 4$

۷

فرض می‌کنیم x_1 و x_2 طول نقاط y^{x_1} و y^{x_2}

$y_{\text{جدید}} = -x^2 - 1$

با هم برخورد داشته باشند

$y' = -2x$

$-x^2 - 1 = d$

$-x^2 - 1 - d = 0$

$\frac{-1-d}{-1} = -\frac{1}{4}$

$d = -\frac{5}{4}$

$\left.\begin{array}{l} y'_1 = -2x_1 \\ y'_2 = -2x_2 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{عمودند}} -2x_1 = \frac{1}{2x_2} \Rightarrow 4x_1x_2 = -1$

$x_1x_2 = -\frac{1}{4} = P$

۸

$8x^2\sqrt{x} + 9\sqrt{x} = ax$

$a = \frac{4x^2+3}{\sqrt{x}} + 8x\times2\sqrt{x}$

$a = \frac{20x^2\sqrt{x}+3\sqrt{x}}{x} \Rightarrow ax = 20x^2\sqrt{x}+3\sqrt{x}$

$20x^2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} = 8x^2\sqrt{x} + 9\sqrt{x}$

$\sqrt{x}(12x^2 - 3) = 0$

~~$x = 0$~~ غ.ق.ق ← مشتق تعریف نشده می‌شود

$x = \frac{1}{2}$

~~$x = -\frac{1}{2}$~~ غ.ق.ق ← زیر رادیکال منفی می‌شود

$f(\frac{1}{2}) = 4\sqrt{2}$

$\frac{1}{2}a = 4\sqrt{2}$

$a = 8\sqrt{2}$

۹

$\frac{\sqrt{x}}{-2x^2+x+1} = ax$

$f(\frac{1}{2}) = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\frac{-2x^2+x+1}{2\sqrt{x}} - (-4x+1)(\sqrt{x})}{(-2x^2+x+1)^2} = a$

$\frac{4x^2-x+1}{2\sqrt{x}}$

بر هم تقسیم می‌کنیم

$\frac{2x\times(-2x^2+x+1)}{4x^2-x+1} = x$

$-4x^2+2x+2 = 4x^2-x+1$

$10x^2-3x-1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

~~$x = -\frac{1}{5}$~~ غ.ق.ق

۱۰

$f\circ g(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \times \left[\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right]\right)^3$

$(f\circ g)'(x) = 3\left[\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right]\times\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\times\left[\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right]\right)^2$

$(f\circ g)'(\frac{\sqrt{5}}{2}) = 9\times\frac{\sqrt{5}}{5}\times(2\times2)^2 = \frac{3}{5}\times 48\sqrt{5}$

$\frac{-3}{5}$