سجاد سجاسی

شماره تکلیف: ۲۵

آفرین ۱۹٫۲۵

۱) $f'(x)=\frac{a}{x^2}$ ۱٫۷۵

$$\frac{1-\frac{a}{3}-(1-a)}{2}=\frac{a}{x^2} \to \frac{a}{3}=\frac{a}{x^2} \Rightarrow x^2=3 \to \boxed{x=\pm\sqrt{3}}$$

$x=-\sqrt{3}$ در بازه ی [۳ و ۱] قرار ندارد

پس $x=\sqrt{3}$ تنها قابل قبول است!

۲) نقطه ای که در آن مماس است $(-x,-x)$ است پس:

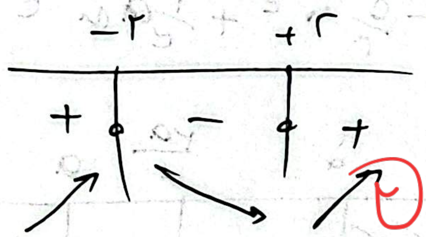
$$f'(-x)=1 \Rightarrow -4ax-5=1 \Rightarrow -4ax=6 \Rightarrow \boxed{ax=-1.5}$$

$$f(-x)=-x \Rightarrow \underbrace{2x^2a}_{-3x}+5x+18a=-x \Rightarrow -3x=18a \Rightarrow \boxed{x=-6a} \Rightarrow$$

$$-6a^2=-\frac{3}{2} \Rightarrow a^2=\frac{1}{4} \to \boxed{a=-\frac{1}{2}}$$

۲

۳) $f'(x)=3x^2-12=0 \Rightarrow x=\pm 2$



۲

نقطه ی مینیمم نسبی تابع نقطه $(2,-16)$ وجود دارد

۴) چون اکسترمم نسبی دارند پس مشتق در این نقاط صفر است.

$$f'(x)=3x^2+2ax-2b \Rightarrow f'(0)=0 \Rightarrow \boxed{b=0}$$

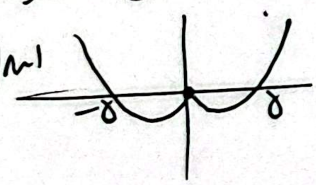
۲

$$f'(-2)=0 \Rightarrow 12-4a=0 \Rightarrow \boxed{a=3}$$

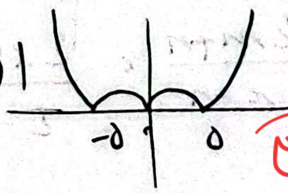
$$f(x)=x^3+3x^2-4 \Rightarrow \begin{matrix}(-2,0)\\(0,-4)\end{matrix} \Rightarrow$$ فاصله این دو نقطه $=\sqrt{16+4}=2\sqrt{5}$

۵) تابع x^2-5x را رسم کرده و قسمت هایی که زیر محور هستند را نسبت به محور x قرینه می کنیم.

$y=x^2-5|x|$



$\Rightarrow |f(x)|$



$m=2$, $n=3$ $\Rightarrow \boxed{\frac{n}{m}=1.5}$

۲

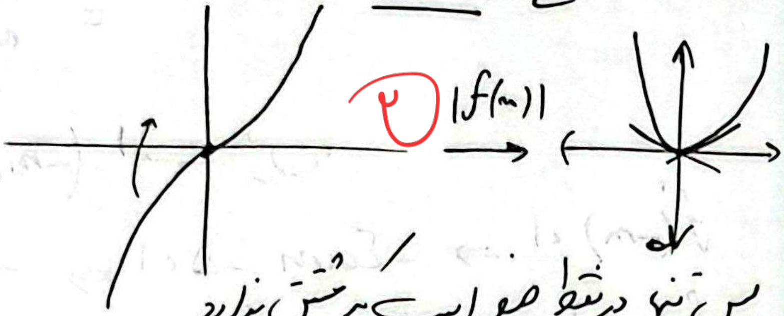
۶

$f(x) = x(|x|+3) \Rightarrow |f(x)| = |x|\,\big||x|+3\big|$

پس این تابع در نقطه صفر مشتق ندارد

$f(x) = \begin{cases} x^2+3x & x \geq 0 \\ -x^2+3x & x<0 \end{cases}$

۲



پس تنها در نقطه صفر است که مشتق ندارد
و یک نقطه بحرانی دارد

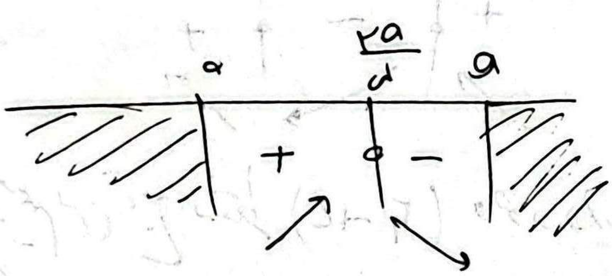
۷

$f(x) = -x^{\frac{2}{3}}(x-a) = -x^{\frac{5}{3}} + a x^{\frac{2}{3}} \Rightarrow$

۱٫۵

$f'(x) = -\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3}a x^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}(5x-2a)$

$x=0 \qquad x=\frac{2a}{5}$

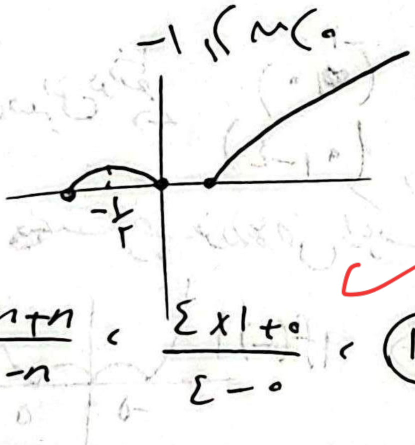


پس در $\frac{2a}{5}$ ماکسیمم مطلق داریم
که برابر است با $1{,}5 \Leftarrow$

$\frac{2a}{5} = \frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{a = \frac{15}{4}}$

۸

$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-x} & x \geq 1 ,\ x=0 \quad \cancel{x \geq 0} \\ \sqrt{-x^2-x} & -1 \leq x < 0 \end{cases}$



نمودار تابع را رسم می‌کنیم

۲

$\left.\begin{matrix} m=1 \\ n=0 \\ k=4 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{km+n}{k-n} = \frac{4\times 1+0}{4-0} = 1$

اولاً نباید ریشه مخرج جزو بازه باشد پس : ⑨

$1-m<1 \Rightarrow \boxed{0<m}$

$f'(x) = \frac{(-1+m)(m)-2}{(x-1+m)^2} \Rightarrow f'(x)<0 \Rightarrow m^2-m-2<0 \Rightarrow$ ۲

$\boxed{-1<m<2} \Rightarrow$

$m=1$ یا $m=0 \leftarrow \boxed{0<m<2}$

در نتیجه

۱۰

$f'(x) = \frac{1-x|x| - x\left(-|x|-x\frac{x}{|x|}\right)}{(1-x|x|)^2} = \frac{1+\frac{x^2}{|x|}}{(1-x|x|)^2}$

۲

$f'(x) = \begin{cases} \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} = 0 \Rightarrow x=1 \quad x\geq 0 \quad \times \\ \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \Rightarrow x=-1 \quad x<0 \end{cases}$

جزو دامنه نیست

جزو دامنه است

* پس یک نقطه اعراض دارد

$x\in[0,a] \to |x-a| = -(x-a) \rightsquigarrow f(x) = -\sqrt[3]{x^2}\,(x-a)$ ۷

$= -x^{\frac{5}{3}} + a(x^{\frac{2}{3}}) \rightsquigarrow f'(x) = -\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3}a(x^{-\frac{1}{3}})$

$-\frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}(5x-2a) \rightsquigarrow f'(x)=0 \to x=0$

$\to x=\frac{2a}{5}$ ✓ $max \to f(\frac{2a}{5}) = 1.5$

$\sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}}\;\left|\frac{2a}{5}-a\right| = \frac{3}{2} \rightsquigarrow a^3 \times \frac{4a^2}{25} = \frac{125}{8} \rightsquigarrow a^5 = \frac{5^5}{2^5} \to \boxed{a=2.5}$
