سجاد سنجابی

شماره تکلیف: ۲۵

①

$f(x)=\frac{a}{x^2}$

$$\frac{1-\frac{a}{3}-(1-a)}{2}=\frac{a}{x^2} \to \frac{a}{3}=\frac{a}{x^2} \Rightarrow x^2=3 \to \boxed{x=\pm\sqrt{3}}$$

② نقطه‌ای که در آن مماس است $(-x,-x)$ است پس:

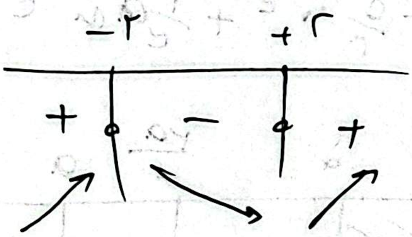
$$f'(-x)=1 \Rightarrow -4ax-5=1 \Rightarrow -4ax=6 \Rightarrow \boxed{ax=-1/5}$$

$$f(-x)=-x \Rightarrow \underbrace{2x^2a}_{-3x}+5x+18a=-x \Rightarrow -3x=18a \Rightarrow \boxed{x=-6a}$$

$$\Rightarrow -6a^2=-\frac{3}{2} \Rightarrow a^2=\frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{a=-\frac{1}{2}}$$

③

$$f'(x)=3x^2-12=0 \Rightarrow x=\pm 2$$



نقطه مینیمم نسبی تابع در نقطه $(2,-16)$ وجود دارد

④ چون که در صفر ماکزیمم نسبی دارند پس مشتق در این نقطه صفر است.

$$f'(x)=3x^2+2ax-2b \Rightarrow f'(0)=0 \Rightarrow \boxed{b=0}$$

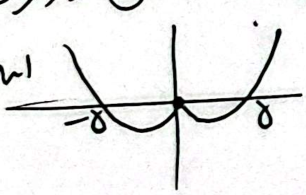
$$f'(-2)=0 \Rightarrow 12-4a=0 \Rightarrow \boxed{a=3}$$

$$f(x)=x^3+3x^2-4 \Rightarrow \begin{matrix}(-2,0)\\(0,-4)\end{matrix}$$

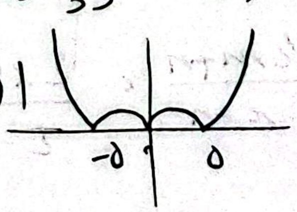
فاصله این دو نقطه $=\sqrt{16+4}=2\sqrt{5}$

⑤ تابع x^2-5x را رسم کرده و قسمت چپ محور عرض را پاک کرده و سمت راست را نسبت به محور قرینه می‌کنیم.

$y=x^2-5|x|$



$\Rightarrow |f(x)|$



$$\begin{matrix}m=2\\n=3\end{matrix} \Rightarrow \boxed{\frac{n}{m}=1/5}$$

۶

$$f(x) = x(|x|+3) \Rightarrow |f(x)| = |x|\,\big||x|+3\big|$$

پس این تابع در نقطه صفر مشتق ندارد.

$$f(x) = \begin{cases} x^2+3x & x \geq 0 \\ -x^2+3x & x < 0 \end{cases}$$

$\xrightarrow{|f(x)|}$

پس تنها در نقطه صفر است که مشتق ندارد و یک نقطه بحرانی دارد

۷

$$f(x) = -x^{\frac{2}{3}}(x-a) = -x^{\frac{5}{3}} + ax^{\frac{2}{3}} \Rightarrow$$

$$f'(x) = -\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3}ax^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3}\underset{0}{x^{-\frac{1}{3}}}(\underset{\frac{2}{5}a}{5x-2a})$$

$0 \quad \frac{2a}{5} \quad a$

$+ \quad -$

پس در $\frac{2a}{5}$ ماکسیمم مطلق داریم

که برابر است با: $1/5 \Leftarrow$

$$\frac{2a}{5} = \frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{a = \frac{15}{4}}$$

۸

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-x} & x \geq 1,\ x=0 \quad \cancel{x \geq 0} \\ \sqrt{-x^2-x} & -1 \leq x < 0 \end{cases}$$

$-\frac{1}{2}$

خود تابع را رسم کنید

$$\left.\begin{matrix} m=1 \\ n=0 \\ k=4 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{km+n}{k-n} = \frac{4\times 1+0}{4-0} = 1$$

۹) اولاً نباید ریشه مخرج جزو بازه باشد پس :

$$1-m<1 \Rightarrow \boxed{0<m}$$

$$f'(x)=\frac{(-1+m)(m)-2}{(x-1+m)^2} \Rightarrow f'(x)<0 \Rightarrow m^2-m-2<0 \Rightarrow \boxed{-1<m<2} \xrightarrow{\cap} \boxed{0<m<2}$$

جواب

۱۰)

$$f'(x)=\frac{1-x|x|-x\left(-|x|-x\frac{x}{|x|}\right)}{(1-x|x|)^2}=\frac{1+\frac{x^2}{|x|}}{(1-x|x|)^2}$$

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{1+x^2}{(1-x^2)^2}=0 \Rightarrow \boxed{x=1} & x\geq 0 \quad \times \\ \dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \Rightarrow \boxed{x=-1} & x<0\end{cases}$$

جزو دامنه نیست

جزو دامنه است

* پس یک نقطه بحرانی دارد