نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۵ ... کلاس ...

۱۷٫۷۵ (نمره کسر)

۱ $f(1) = 1 - a$ $\quad f(3) = 1 - \frac{a}{3}$ $\quad \frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{\frac{2a}{3}}{2} = \frac{a}{3}$

$f'(x) = \frac{a}{x^2} = \frac{a}{3} \rightarrow x^2 = 3 \rightarrow x = \pm\sqrt{3}$ ✓

$x = -\sqrt{3}$ در بازه‌ی $[3, 1]$ قرار ندارد

پس $x = \sqrt{3}$ تنها قابل قبول است!

۱٫۷۵

۲ $y' = 4ax - 5 = 1 \rightarrow x = \frac{3}{2a}$

A	x	$x < 0 \rightarrow a < 0$
	x	$\frac{3}{2a}$
	x	$\frac{3}{2a}$

۱٫۵

$\frac{3}{2}a = 2a \times \frac{9}{4a^2} - \frac{5 \times 3}{2a} + 18a \rightarrow 9a^3 = 18a - 30a + 72a^3$

$99a^3 - 12a = 0 \rightarrow 9a(11a^2 - 4)$

$a = 0$

$a = \pm\sqrt{\frac{4}{11}} \rightarrow a = -\sqrt{\frac{4}{11}}$

۳ $y' = 3x^2 - 12 \rightarrow 3x^2 - 12 = 0 \rightarrow x = \pm 2$

x		-2		$+2$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↗	18	↘	-14	↗

-14 Min نسبی

۳

۴ $y' = 3x^2 + 2ax - 2b$

$3(0) + 2a(0) - 2b = 0 \rightarrow b = 0$

$3(-2)^2 + 2a(-2) - 2b = 0 \rightarrow 12 - 4a = 0 \rightarrow a = 3$

$y = x^3 + 3x^2 - 4$

$x = 0 \rightarrow y = -4$

$x = -2 \rightarrow y = -8 + 12 - 4 = 0$

$\sqrt{(-4-0)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

۵ $x^2 - 5x$ $\quad x^2 - 5|x|$

Max Max

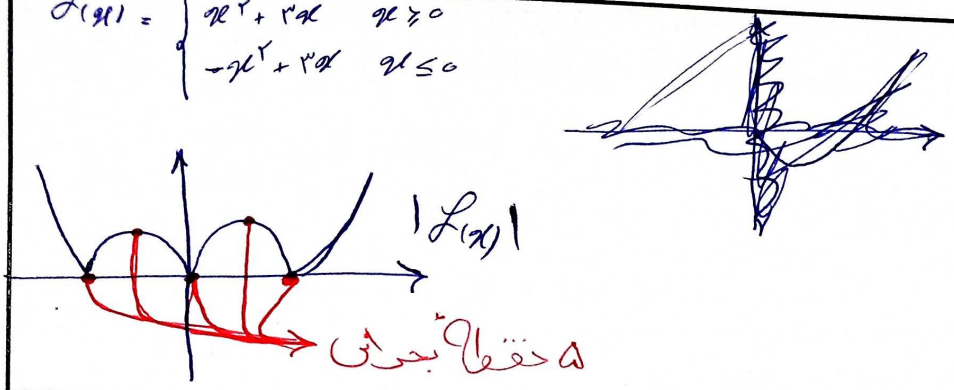
Min Min Min

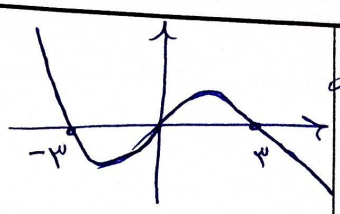
$m = 2$

$n = 3$

$\frac{n}{m} = \frac{3}{2}$

$f(x) = \begin{cases} x^2+2x & x \geq 0 \\ -x^2+2x & x < 0 \end{cases}$



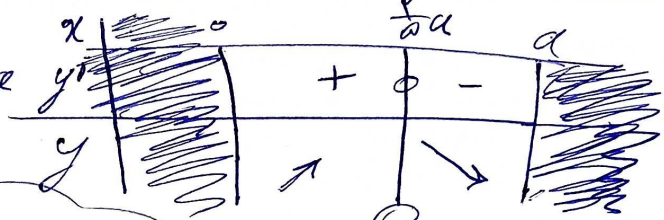


۶ ۱/۵

$f(x) = -(x-a)\sqrt[3]{x^2} \rightarrow f'(x) = -\sqrt[3]{x^2} + \frac{-(x-a)}{\sqrt[3]{x}} = 0$

$x = 0$

$-3x = -2x + 2a \Rightarrow x = \frac{2}{5}a$

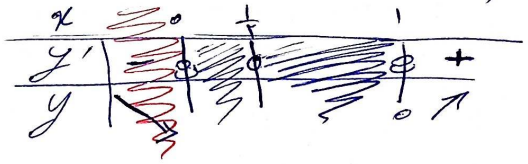


۸ ۱/۵

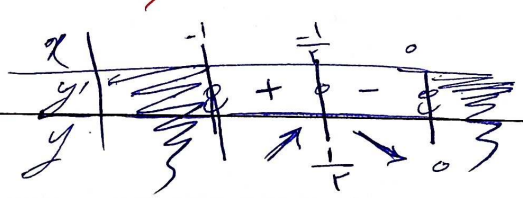
$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-x} & x \geq 0 \\ \sqrt{-x^2-x} & x < 0 \end{cases}$

$\rightarrow$ Max $= \frac{1}{4} \Leftarrow a = \frac{3}{5}$ $\rightarrow$ $[0,1]$ و $(-\infty,-1]$ در f صعودی است

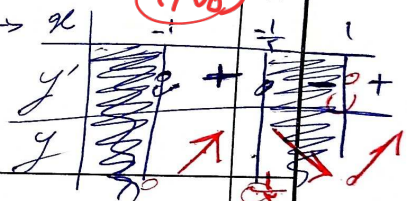
$x > 0 \rightarrow \frac{1-2x}{2\sqrt{x^2-x}}$



$x < 0 \rightarrow \frac{-1-2x}{2\sqrt{-x^2-x}}$



۷ ۱/۵



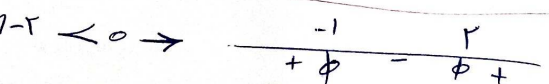
$\Rightarrow$ فقط یک Max نسبی

0 و $-\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ ۳ عدد بحرانی

$\frac{5+1\times 3}{5-3} = 1$

$y' = \frac{-m^2+m+2}{(m+1-x)^2}$

$-m^2-m+2 > 0 \rightarrow$



۹ ۱/۵

$\Rightarrow$ اتان -1 0 1

$\Rightarrow$ سه مقدار

$x \geq 0 \rightarrow y = \frac{x^2-1}{x} \rightarrow y' = \frac{(x^2-1)2x-(x^2-1)}{x^2} = \frac{x^2+1}{x^2} > 0$

$x^2-1 = 0 \Rightarrow x = -1$ غ ق ق

$x < 0 \rightarrow y = \frac{x}{x^2+1} \rightarrow y' = \frac{(x^2+1)-x(2x)}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} > 0$

$x = -1$ ق

۱۰ $\Rightarrow$ یک نقطه بحرانی

۶

$2ax^2 - 5x + 12a = x \longrightarrow 2ax^2 - 6x + 12a = 0 \longrightarrow ax^2 - 3x + 6a = 0$

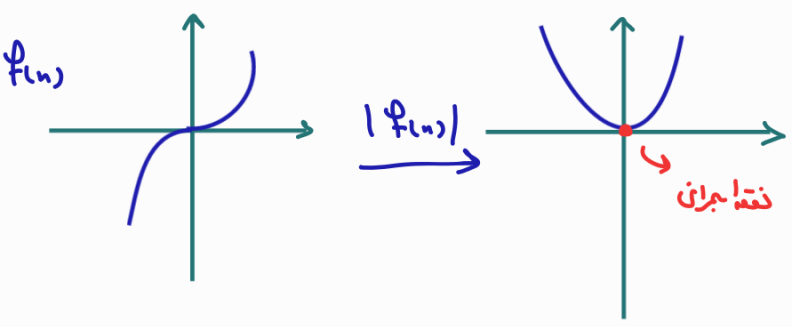
$\Delta = 0 \rightsquigarrow 9 - 24a^2 = 0 \longrightarrow a^2 = \frac{1}{4} \rightsquigarrow a = \pm\frac{1}{2}$ اگر $a=\frac{1}{2}$ باشد ریشه‌ی عبارت مثبت می‌شود

و روی سینوس ناحیه سوم نمی‌افتد پس $a = -\frac{1}{2}$

۷

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & x \geq 0 \\ -x^2 + 3x & x < 0 \end{cases} \longrightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x > 0 \\ -2x + 3 & x < 0 \end{cases}$$

$$f'_+(0) = f'_-(0) = 3$$



۸

$x \in [0, a] \longrightarrow |x - a| = -(x - a) \rightsquigarrow f(x) = -\sqrt[3]{x^2}(x - a)$

$= -x^{\frac{5}{3}} + a(x^{\frac{2}{3}}) \rightsquigarrow f'(x) = -\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3}a(x^{-\frac{1}{3}})$

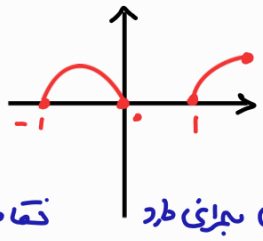
$-\frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}(5x - 2a) \rightsquigarrow f'(0) \hookrightarrow x = 0$

$\hookrightarrow x = \frac{2a}{5}$ ✓ max $\longrightarrow f(\frac{2a}{5}) = 1.5$

$\sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}}\left|\frac{2a}{5} - a\right| = \frac{3}{2} \rightsquigarrow a^3 \times \frac{4a^2}{25} = \frac{125}{8} \rightsquigarrow a^5 = \frac{5^5}{2^5} \longrightarrow \boxed{a = 2.5}$

۹

$y = x|x| - x \begin{cases} x^2 - x & x \geq 0 \\ -x^2 - x & x < 0 \end{cases} \rightsquigarrow$ شکل تابع



مینیمم نسبی ($x = 0$) — نقاط max نسبی ($x = 1$) — شکل نقطه‌ای بیرون طرد ($x = 4$)

$\frac{12m + n}{12 - n} = \frac{4 + 0}{4} = 1$

۹

$f'(x) < 0 \rightarrow x^2 - x - 2 \leq 0 \rightarrow -1 \leq x \leq 2$, $x \neq 2$ $\rightsquigarrow$ $-1 \leq x < 2$ (1)

x در بیشتر مقدار $\rightarrow 1 - x \leq 1 \rightarrow x \geq 0$ (2)

1, 2 $\rightsquigarrow$ $x = 0$ یا 1