نام و نام خانوادگی ...بیتا بجمیری... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۵... کلاس ...دوازدهم ریاضی ۲...

۱۸/۷۵

۱

$\frac{y-\frac{a}{3}x+a}{2} = \frac{\frac{2x}{3}}{2} = \frac{a}{3} = \frac{a}{x^2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$

۱/۷۵

$-\sqrt{3} = x$ در بازه‌ی [۳ و ۱] قرار ندارد

پس $\sqrt{3} = x$ تنها قابل قبول است!

۲

$2ax^2 - 5x + 18a = x$ ترمز $x < 0$

$2ax^2 - 6x + 18a = 0$

$\Delta = 0 \Rightarrow 36 - 4 \times 2a \times 18a = 0 \Rightarrow 1 - 4a^2 = 0 \Rightarrow a = \pm\frac{1}{2}$

$a = \frac{1}{2}$: $x^2 - 6x + 9 \Rightarrow x = 3$ غ ق ق

$a = -\frac{1}{2}$: $-x^2 - 6x - 9 \Rightarrow x = -3$ ق ق

$a = -\frac{1}{2}$

۲

۳

$y' = 3x^2 - 12 = 3(x^2 - 4)$

x		-2		2	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↗		↘		↗

$f(2) = 8 - 24 + 2 = -14$

۲

۴

$y' = 3x^2 + 2ax - 2b$ $y = x^3 + 3x^2 - 4$

$ax(x+2) = ax^2 + 2ax$ $f(0) = -4$

$\Rightarrow a = 3$ $3x^2 + 6x$

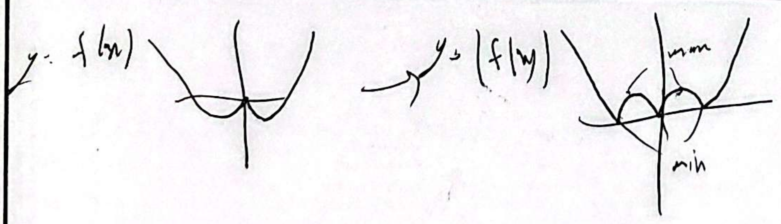
$f(-2) = -8 + 12 - 4 = 0$

۲

$a = 3$ $b = 0$

$\sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$

۵



$m = 2$
$n = 3$

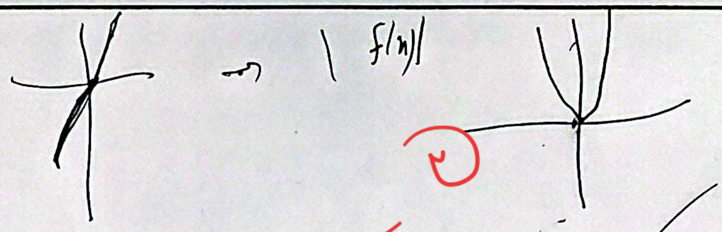
$\frac{3}{2}$ $= 1/5$

۲

۶

$f(x)\begin{cases} x^2+2x & x>0 \\ -x^2+2x & x<0 \end{cases}$

$-x(x-2)$



یک نقطه ی بحرانی دارد

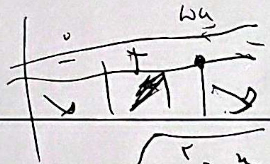
۷

$f(x) = x^{\frac{2}{3}}(a-x) = x^{\frac{2}{3}}a - x^{\frac{5}{3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{2a}{3}x^{-\frac{1}{3}} - \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}(2a-5x)$

$x = \frac{2a}{5}$

$\frac{2a}{5} = \frac{3}{2} \Rightarrow 4a = 15 \Rightarrow a = \frac{15}{4}$

۱,۵

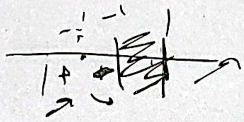


۸

$f(x)\begin{cases} \sqrt{x^2-x} & x \geq 0 \\ \sqrt{-x^2-x} & x<0 \end{cases}$

$D_f = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$

$f'(x)\begin{cases} \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} & x>0 \quad (x=\frac{1}{2}) \\ \frac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}} & x<0 \quad x=-\frac{1}{2} \end{cases}$



$\frac{3}{3}$ ۱

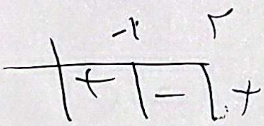
۲ $x=1$

$x=3$

۹

$\frac{m^2-m-2}{(x-1+m)^2} = \frac{(m-2)(m+1)}{(x-1+m)^2} =$

۳ مقدار $(-1, 0, 1)$



۱,۷۵

۱۰

$f(x)\begin{cases} \frac{x}{1-x^2} & x>0 \\ \frac{x}{1+x^2} & x<0 \end{cases}$

نقطه ۱ و −۱ نقاط بحرانی هستند

$f'(x) = \frac{1-x^2-(-2x)(x)}{(1-x^2)^2} = \frac{x^2+1}{(x^2-1)^2} \quad x>0$

$\frac{1+x^2-(2x^2)}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \quad x<0$

۱,۷۵

۷

$x \in [0, a] \to |x-a| = -(x-a) \rightsquigarrow f(x) = -\sqrt[3]{x^2}\,(x-a)$

$= -x^{\frac{5}{3}} + a(x^{\frac{2}{3}}) \rightsquigarrow f'(x) = -\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3}a(x^{-\frac{1}{3}})$

$-\frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}(5x - 2a) \rightsquigarrow f'(0) \to x = 0$

$\to x = \frac{2a}{5}$ ✓ $\max \to f(\frac{2a}{5}) = 1.5$

$\sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}}\,\left|\frac{2a}{5} - a\right| = \frac{3}{2} \rightsquigarrow a^3 \times \frac{4a^2}{25} = \frac{125}{8} \rightsquigarrow a^5 = \frac{5^5}{2^5} \to$ $\boxed{a = 2.5}$

۹

$f'(x) < 0 \to m^2 - m - 2 \leq 0 \to -1 \leq m \leq 2 \;,\; m \neq 2 \rightsquigarrow -1 \leq m < 2$ (1)

(ریشه‌ی مضاعف) $x \to 1 - m \leq 1 \to m \geq 0$ (2)

$1, 2 \rightsquigarrow$ $\boxed{m = 0 \text{ یا } 1}$

۱۰

$$y = \begin{cases} \frac{x}{1-x^2} & x \geq 0 \quad (x \neq 1) \\ \frac{x}{1+x^2} & x \leq 0 \end{cases} \rightsquigarrow D_y = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$y' = \begin{cases} \frac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2} = \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} & x > 0 \\ \frac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} & x < 0 \end{cases} \to \boxed{x = -1}$$

تابع در $x = 0$ مشتق‌پذیر است و مشتق در آن صفر نیست پس تنها یک نقطه‌ای بحرانی $x = -1$ دارد