

۱۹،۷۵

میانگین $[1, 3] \rightarrow \frac{1+3}{2} = 2$

خطای $f'(x) = 1 + \frac{a}{x^2}$

$\frac{a}{2} = \frac{a}{x^2}$

$x^2 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

پس $x = \sqrt{2}$ تنها قابل قبول است!

۱،۷۸

$y = 2ax^2 - 6x + 11a$

$x = y$

$2ax^2 - 6x + 11a = x \rightarrow 2ax^2 - 7x + 11a = 0$

چون مماس است یعنی یک ریشه دارد

$\Delta = 0$

$49 - 4 \cdot 2a \cdot 11a = 0$

$49 - 88a^2 = 0$

$88a^2 = 49$

$a^2 = \frac{49}{88}$

$a = \pm \frac{7}{\sqrt{88}}$

روی نمودار $x = 3$ علامت \ominus دارد

$a = -\frac{7}{\sqrt{88}} \rightarrow x = -3$

۲

$y = x^3 - 12x + 2 \rightarrow y' = 3x^2 - 12 \rightarrow 3x^2 - 12 = 0 \rightarrow 3x^2 = 12 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$

	$x < -2$	$-2 < x < 2$	$x > 2$
y'	+	-	+
y	↗	↘	↗
		۱۸	

$(-2, 18)$

۳

$y = x^3 + ax^2 - 2bx - 4$

$y' = 3x^2 + 2ax - 2b \rightarrow 3x^2 + 2ax - 2b = 0$

$3(x - (-1))(x - 0)$

$3x^2 + 6x$

$2a = 6 \rightarrow a = 3$

$-2b = 0 \rightarrow b = 0$

$\sqrt{\frac{0 - (-1)^2}{3}} + \sqrt{\frac{(-1 - 0)^2}{3}}$

$\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{1}{3}}$

$\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

$(0, -4)$

$(-1, 0)$

۴

$|f(x)| = |x^2 - 6|x||$

$x^2 + 6x$ $-6x - x^2$ $6x - x^2$ $x^2 - 6x$

$2x + 6 = 0 \rightarrow x = -3$ $-6 - 2x = 0 \rightarrow x = -3$ $6 - 2x = 0 \rightarrow x = 3$ $2x - 6 = 0 \rightarrow x = 3$

$-3, 0$ $-3, 0$ $3, 0$ $3, 0$

	$x < -3$	$-3 < x < 0$	$0 < x < 3$	$3 < x < 6$	$x > 6$
y'	-	+	-	+	-
y	↘	↗	↘	↗	↘
		min	max	min	max

$m = 2$

$n = 3$

$\frac{n}{m} = \frac{3}{2}$

۵

$$f(x) = |x(x+3)|$$

نقطه بحرانی

$$x^2 - 3x \quad | \quad x^2 + 3x$$

$$2x - 3 = 0 \quad | \quad 2x + 3 = 0$$

$$x = 1.5 \quad | \quad x = -1.5$$

گوئی

۲

$$f(x) = \sqrt{x^2} |x-a| \quad x \in [0, a] \rightarrow \sqrt{x^2} (a-x) \rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} a x^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{x}} x^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{x}} (a - x) = 0 \rightarrow x = \frac{a}{2}$$

max

$$f\left(\frac{a}{2}\right) = \sqrt{\frac{a}{2}} \left| \frac{a}{2} - a \right| = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}} \frac{a}{2} = \frac{a\sqrt{a}}{2\sqrt{2}}$$

$$f(x) = \sqrt{x|x|} - x$$

k=1, m=1, n=0

$$\frac{x^1 m^1 + x^0}{x^1 - x^0} = \frac{x^1 + x^0}{x - 1} = 1$$

نقطه بحرانی

$$\frac{-2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} = 0 \rightarrow x = -0.5$$

$$\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} = 0 \rightarrow x = 0.5$$

max

۲

$$\frac{mx+y}{x-1+m} \rightarrow m(-1+m) < y$$

$$m^2 - m - y < 0 \rightarrow -1 \leq m \leq y$$

گوئی

$$-1 - m \leq 1 \rightarrow 0 \leq m$$

۲

$$f(x) = \frac{x}{1-x|x|}$$

$$\frac{x}{1+x^2} \quad | \quad \frac{x}{1-x^2}$$

$$\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \quad | \quad \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2}$$

نقطه بحرانی

نقطه بحرانی

نقطه بحرانی

۲