۱۹٫۵ آزمون

نام و نام خانوادگی ...آرمین.....خالقی‌زاده... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱ آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)=1-\frac{a}{x}$ در بازه $[1,3]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در نقطه‌ای با کدام طول برابر است؟ $(a\neq 0)$

$f(3)=1-\frac{a}{3}$, $f(1)=1-a$ $\Rightarrow \frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{1-\frac{a}{3}-1+a}{2}=\frac{a}{3}$

$x=-\sqrt{3}$ در بازه‌ی $[3,1]$ قرار ندارد

پس $x=\sqrt{3}$ تنها قابل قبول است!

$f'(x)=\frac{a}{x^2} \Rightarrow \frac{a}{x^2}=\frac{a}{3} \Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$

۱٫۷۵

۲ سهمی $y=2ax^2-5x+18a$ در نقطه‌ی A بر نیمساز ناحیه‌ی سوم محورهای مختصات مماس است، مقدار a را بیابید.

$2ax^2-5x+18a=x \Rightarrow 2ax^2-6x+18a=0$, $x<0$

$4ax-5=1$

زیر ضمانی $\Rightarrow 36-4\times 2a\times 18a=0 \Rightarrow 36a^2=9 \Rightarrow a^2=\frac{9}{36}=\frac{1}{4} \Rightarrow a=\pm\frac{1}{2}$ ~~غ قبول~~

$x<0$

$\star \Rightarrow -4(2a)-5<0 \Rightarrow a>0$ $\Rightarrow a=-\frac{1}{2}$ ~~غ قبول~~

۲

۳ مقدار مینیمم نسبی تابع $y=x^3-12x+2$ را بیابید.

$y=x^3-12x+2 \Rightarrow y'=3x^2-12 \Rightarrow x=\pm 2$

	-2		$+2$
x			
y'	+	−	+
جهت	↗	↘	↗

min

$x=+2 \Rightarrow y=8-24+2=-14$

۲

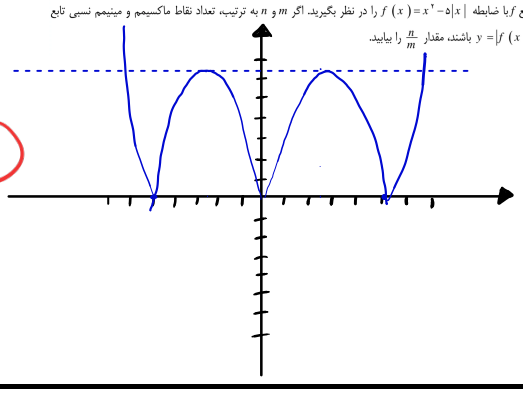
۴ نمودار تابع $y=x^3+ax^2-2bx-4$ در نقاطی به طول صفر و ۲- دارای اکسترمم نسبی است. فاصله‌ی بین نقاط اکسترمم نسبی این تابع را بیابید.

$y=x^3+ax^2-2bx-4$ $y'=3x^2+2ax-2b$ $\Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow -2b<0 \\ x=-2 \Rightarrow 12-4a-2b=0 \Rightarrow a=3 \end{cases}$

$\Rightarrow f(x)=x^3+3x^2-4 \Rightarrow \begin{cases} f(0)=-4 \\ f(-2)=0 \end{cases} \Rightarrow AB=\sqrt{(-2)^2+(-4)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

۲

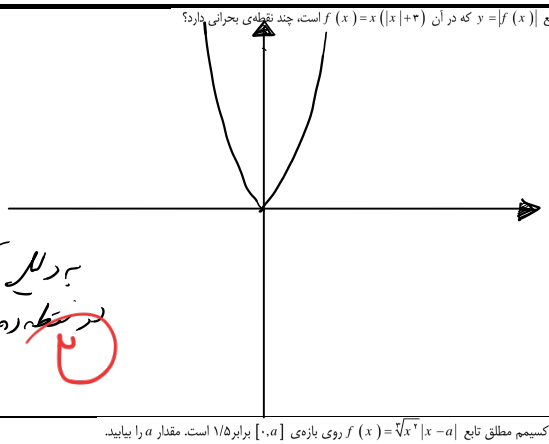
۵ تابع f با ضابطه $f(x)=x^2-5|x|$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب، تعداد نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی تابع $y=|f(x)|$ باشند، مقدار $\frac{n}{m}$ را بیابید.



$m=2$, $n=3$ $\Rightarrow \frac{n}{m}=\frac{3}{2}$

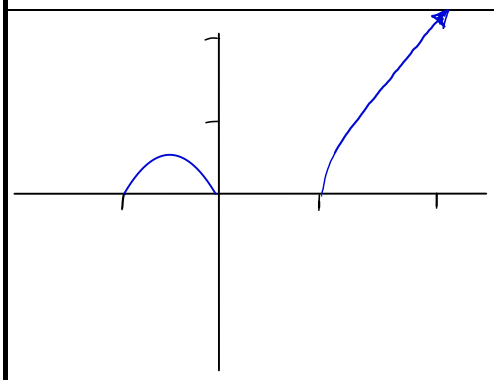
۲

۶ تابع $y=|f(x)|$ که در آن $f(x)=x(|x|+۳)$ است، چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟



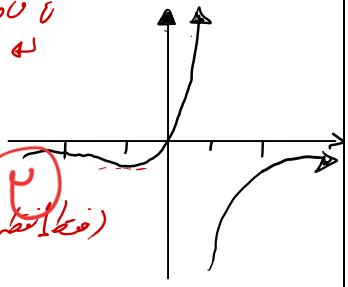
۷ ماکسیمم مطلق تابع $f(x)=\sqrt[۳]{x^۲}|x-a|$ روی بازه‌ی $[۰,a]$ برابر $۱/۵$ است، مقدار a را بیابید.

۸ تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=\sqrt{x|x|-x}$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب تعداد نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی و k تعداد نقاط بحرانی تابع f باشند، مقدار $\frac{km+n}{k-n}$ کدام است؟



۹ به ازای چند مقدار صحیح m تابع $y=\frac{mx+۲}{x-۱+m}$ روی بازه‌ی $(۱,+\infty)$ نزولی است؟ $(m\neq ۲)$

۱۰ تابع $f(x)=\frac{x}{۱-x|x|}$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟



۹

$f'(x) < 0 \rightarrow m^2 - m - 2 \leq 0 \rightarrow -1 \leq m \leq 2$, $m \neq 2$ $\rightsquigarrow$ $-1 \leq m < 2$ (1)

x در بیشتر متفاوت $\rightarrow 1 - m \leq 1 \rightarrow m \geq 0$ (2)

1, 2 $\rightsquigarrow$ $m = 0$ یا 1