نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱۹٫۲۵ از ۲۰

۱

$f(x) = 1 - \frac{a}{x}$ ← آهنگ متوسط ← $\frac{f(3)-f(1)}{3-1} \to \frac{(1-\frac{a}{3})-(1-a)}{2} \to \frac{\frac{2}{3}a}{2}$

$\therefore \frac{a}{3}$

$f(x) = 1 - \frac{a}{x} \to f'(x) = \frac{a}{x^2}$

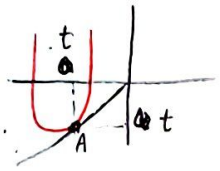
$\frac{a}{x^2} = \frac{a}{3} \to x = \pm\sqrt{3}$ ← غ ق ق

$x = +\sqrt{3}$ ✓ ۲

۲

$y = 2ax^2 - 5x + 1a$

$y = x \to y' = 1$



$y = 2ax^2 - 5x + 1a \to y' = 4ax - 5 \to 4at - 5 = 1 \to 4at = 6$

$t = \frac{3}{2a}$

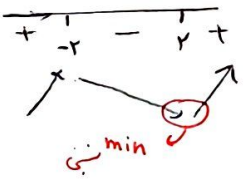
$y = x \xrightarrow{x=t} 2at^2 - 5t + 1a = t \to 2at^2 - 6t + 1a = 0 \xrightarrow{t=\frac{3}{2a}}$

$\to \frac{-9}{2a} + 1a = 0 \to 1a = \frac{9}{2a} \to 4a^2 = 1 \to a = \pm\frac{1}{2}$ ← غ ق ق

$a = -\frac{1}{4}$ ۲

۳

$y = x^3 - 12x + 2 \to y' = 3x^2 - 12 \to x = \pm 2$



$y = x^3 - 12x + 2 \xrightarrow{x=2} y = 8 - 24 + 2 \to -14$ ۲

۴

نقاط اکسترمم نسبی مشتق تابع یا وجود ندارد یا صفرات و از آن جا که تابع دوبار دیفرانسیل پذیر است مشتق نخستین آن در نقاط اکسترمم نسبی $(-2, 5)$ مشتق تابع برابر صفر است.

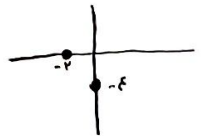
$y = x^3 + ax^2 - 2bx - 4$

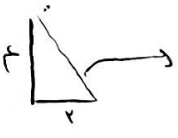
$y' = 3x^2 + 2ax - 2b \xrightarrow{x=0} -2b = 0 \to b = 0$

$\xrightarrow{x=-2} 12 - 4a - 2b = 0 \xrightarrow{b=0} 12 - 4a = 0 \to a = 3$ ✓

$y = x^3 + 3x^2 - 4 \xrightarrow{x=0} y = -4$

$x = -2 \to y = 0$

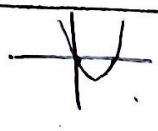


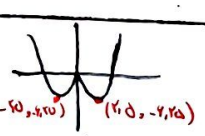


$\sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$ ۲

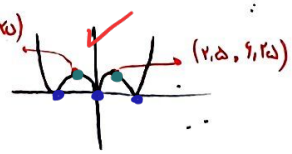
۵

$f(x) = x^2 - 5|x| \to f(x) = |x|^2 - 5|x| \to$





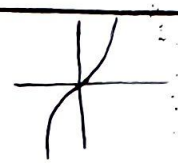
$|f(x)| = |x|^2 - 5|x| \to$



$m = 2$, $n = 3$ $\} \frac{n}{m} = \frac{3}{2}$

$\to m, n = 6, 12 \to \frac{m}{n} = 1$ ۱٫۲۵

۶

$f(x) = x(|x|+۳)$ ⟶ $x>۰ \to f(x) = x^۲+۳x$ ⟶ 

$x<۰ \to f(x) = -x^۲+۳x$

$x>۰ \to f'(x) \to ۲x+۳ \to x = -۳/۲ \to$ غ ق ق

$x<۰ \to f'(x) \to -۲x+۳ \to x = ۳/۲ \to$ غ ق ق

$|f(x)| = |x(|x|+۳)| \to$  

دراین نقطه تابع زاویه دار است.

تابع در نقطه $(۰,۰)$ مشتق پذیر است.

یک نقطه ۲

۷

$f(x) = \sqrt[۳]{x^۲}\,|x-a|$

$x \le a \to f(x) = \sqrt[۳]{x^۲}(a-x) \to f'(x) = \frac{۲(a-x)}{۳\sqrt[۳]{x}} + -\sqrt[۳]{x^۲}$

$\to \frac{۲(a-x) - ۳x}{۳\sqrt[۳]{x}} \to ۲a - ۲x - ۳x = ۰ \to ۲a = ۵x \to a = ۵/۲\,x$

$x \ge a \to f(x) = \sqrt[۳]{x^۲}(x-a) \to \sqrt[۳]{x^۵} - a\sqrt[۳]{x^۲} \to x = ۱$ ۲

$a = ۵/۲ \to a = ۵/۲$

۸

$f(x) = \sqrt{x|x| - x}$

$x>۰ \to \sqrt{x^۲-x} \to \sqrt{x(x-۱)}$ ⟶ $D_f = [۱,+\infty)$

$x<۰ \to \sqrt{-x^۲-x} \to \sqrt{-x(x+۱)}$ ⟶ $D_f = [-۱,۰]$

$x>۰ \to \sqrt{x^۲-x}$ مشتق $\to \frac{۲x-۱}{۲\sqrt{x^۲-x}} \to x = \{۱/۲ \text{ و } ۰\}$ صفر و ۱/۲ جزو دامنه نیست ⟵ مشتق پذیر نمی‌شود $x = \{۱\}$

$x<۰ \to \sqrt{-x^۲-x}$ مشتق $\to \frac{-۲x-۱}{۲\sqrt{-x^۲-x}} \to x = \{-۱, ۰, -۱/۲\}$ کسر در داخل نامنفی است

نقاط برای ← $\{۱ \text{ و } -۱, ۰, -۱/۲\}$ ۲

۹

شکل تابع ←

$y = \frac{mx+۲}{x-۱+m} \to y' = \frac{m(x-۱+m) - (۱)(mx+۲)}{(x-۱+m)^۲} \to \frac{mx - m + m^۲ - mx - ۲}{(x-۱+m)^۲} \to \frac{m^۲-m-۲}{(x-۱+m)^۲}$

$x>۱ \to \frac{m^۲-m-۲}{(x-۱+m)^۲} \ge ۰ \to m^۲-m-۲ \ge ۰ \to (m-۲)(m+۱) \le ۰$ ۱/۵

$m = \{۱, ۰, -۱, -۲\}$

۱۰

$f(x) = \frac{x}{۱-x|x|}$

$x>۰ \to f(x) = \frac{x}{۱-x^۲} \to f'(x) = \frac{(۱-x^۲) - (-۲x)(x)}{(۱-x^۲)^۲} = \frac{۱-x^۲+۲x^۲}{(۱-x^۲)^۲}$

$\to \frac{x^۲+۱}{(۱-x^۲)^۲} \to x = ۱$ غ ق ق $\to x = ۱+$

$x<۰ \to f(x) = \frac{x}{۱+x^۲} \to f'(x) = \frac{(۱+x^۲) - (۲x)(x)}{(۱+x^۲)^۲} = \frac{۱+x^۲-۲x^۲}{(۱+x^۲)^۲}$ ۱/۵

$\to \frac{۱-x^۲}{(۱+x^۲)^۲} \to x = ۱$ غ ق ق $\to x = -۱$

۲ نقطه برای

۹

$f'(x) < 0 \rightarrow x^2 - x - 2 \leq 0 \rightarrow -1 \leq x \leq 2$ (1), $x \neq 2 \rightsquigarrow -1 \leq x < 2$

x در ریشه‌ی مخرج $\rightarrow 1 - x \leq 1 \rightarrow x \geq 0$ (2)

$1, 2 \rightsquigarrow \boxed{x = 0 \text{ یا } 1}$

۱۰

$$y = \begin{cases} \dfrac{x}{1-x^2} & x \geq 0 \\ \dfrac{x}{1+x^2} & x < 0 \end{cases} \quad (1-x^2 \neq 0 \rightarrow x \neq \pm 1) \rightsquigarrow D_y = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

$$y' = \begin{cases} \dfrac{1-x^2+2x^2}{1-x^2} = \dfrac{1+x^2}{1-x^2} & x > 0 \\ \dfrac{1+x^2-2x^2}{1-x^2} = \dfrac{1-x^2}{1+x^2} & x < 0 \rightarrow \boxed{x = -1} \end{cases}$$

تابع در $x = 0$ مشتق‌پذیر است و مشتق در آن صفر نیست پس تنها یک نقطه‌ی بحرانی $x = -1$ دارد.