نوید اسمی - کلاس ۲۵

۱۹ آفرین

۱-

۱٫۷۵

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{1 - \frac{a}{3} - 1 + a}{2} = \frac{a}{3}$$

$$f'(x) = \frac{a}{x^2} \qquad \frac{a}{x^2} = \frac{a}{3} \xrightarrow{a \neq 0} x^2 = 3 \to x = \pm\sqrt{3}$$

$x=-\sqrt{3}$ در بازه‌ی $[1\,,3]$ قرار ندارد

پس $x=\sqrt{3}$ تنها قابل قبول است!

۲-

$y = x \quad x<0$

$2ax^2 - 5x + 18a = x$

$2ax^2 - 6x + 18a = 0 \to \Delta = 0 \to 36 - 4(2a)(18a) = 0 \to 36 = 144a^2 \to a = \pm\frac{1}{2}$

۲

۱

$a = \frac{1}{2} \to x^2 - 6x + 9 = 0 \to (x-3)^2 = 0 \to x = 3 > 0$ ✗

$a = -\frac{1}{2} \to -x^2 - 6x - 9 = 0 \to -(x+3)^2 = 0 \to x = -3 < 0$ ✓ $\to a = -\frac{1}{2}$

۳-

$y' = 3x^2 - 12$

$3(x-2)(x+2)$

x		-2		2	
y'	+		−		+
y	↗	max	↘	min	↗

$y(2) = (2)^3 - 12(2) + 2 = -14$

۲

۴-

$y' = 3x^2 + 2ax - 2b$

$x = 0 \to y' = 0 \to b = 0$

$x = -2 \to y' = 0 \to 12 - 4a = 0 \to a = 3 \to y = x^3 + 3x^2 - 4$

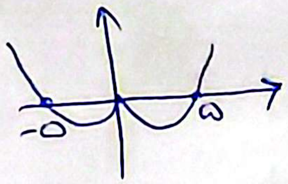
۲

$y(0) = -4 \to (0\,,-4)$

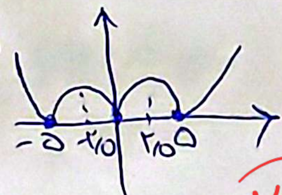
$y(-2) = 0 \to (-2\,,0) \to d = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$

۵-

$$f(x) \begin{cases} x^2 - 5x & x \geq 0 \\ x^2 + 5x & x < 0 \end{cases}$$



$y = |f(x)|$



۲

$x = -5\,,0\,,5 \to$ min نسبی $\to n = 3$

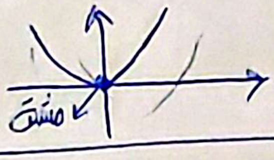
$x = \pm 2.5$ max نسبی $\to m = 2$

$\frac{n}{m} = \frac{3}{2} = 1.5$

۶-

$|f(x)| = |x(|x|+3)| = |x|(|x|+3)$ $\begin{cases} x\geq 0 \to x^2+3x \\ x<0 \to x^2-3x \end{cases}$

نقطه بحرانی از نوع مشتق ناپذیر

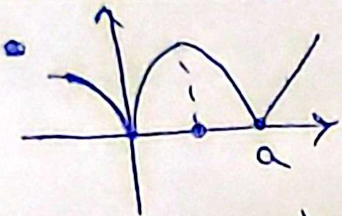


$f'_+(0)=3$
$f'_-(0)=-3$

2

۷-

$f(x)=0$



$f(x)$ دربین $\infty 0$ $\to f(x)=ax^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{5}{3}} \to f'(x)=\frac{2}{3}ax^{-\frac{1}{3}}-\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$

$f'(x)=\frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}(2a-5x)=0$

$x=0$ یا $x=\frac{2a}{5}$ ✓

$x=0$ یک صفر a نیست ✗

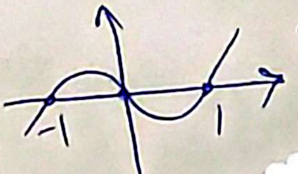
2

$f(\frac{2a}{5})=\frac{3}{2} \to \left(\frac{4a^2}{25}\right)^{\frac{1}{3}}\times\frac{3}{5}a=\frac{3}{2}$

$\frac{4a^2}{25}\times\frac{a^3}{125}=\frac{1}{8}\to a=\frac{5}{2}$

۸-

$x|x|-x$ $\begin{cases} x\geq 0 \to x^2-x \\ x<0 \to -x^2-x \\ \quad -x(x+1) \end{cases}$



$x|x|\geq x \to D_f=[1,+\infty)\cup[0,-1]$

$\frac{4}{4}=1$

$x\geq 1 \to f(x)=\sqrt{x^2-x}\to f'(x)=\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}}$

$-1\leq x\leq 0 \to f(x)=\sqrt{-x^2-x}\to f'(x)=\frac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}}$

برای

x	1	$+\infty$
y'		+
y	0	↗

2

نسبی ندارد ext

x	-1	$-\frac{1}{2}$	0
y'	+		-
y	0 ↗	$\frac{1}{2}$	↘ 0

نسبی max $\to -\frac{1}{2}$

$m=1$
$n=0$, $k=4$

۹-

$y=\frac{m(m-1)-2}{(m-1+m)^2}=\frac{m^2-m-2}{(m-1+m)^2} \to m^2-m-2\leq 0$

$(m-1+m)^2\to\geq 0$ $\quad -1\leq m\leq 2$

$\geq$ صورت سوال گفته $m\neq 2 + m=\{-1,0,1\}$

1,25

۱۰-

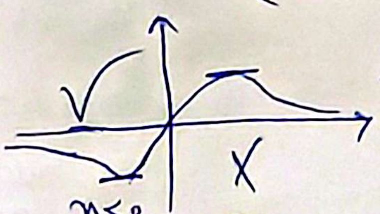
$x\geq 0\to\frac{x}{1-x^2}\to f'(x)=\frac{1-x^2-x(2x)}{(1-x^2)^2}=\frac{1-x^2-2x^2}{(1-x^2)^2}=\frac{-3x^2+1}{(1-x^2)^2}=0\to x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ ✗

$\to x=\pm 1$ ✗

$x=\frac{\sqrt{3}}{3},1$

دو نقطه

$x<0\to\frac{x}{1+x^2}\to$



$\to$ ۱ نقطه

$2+1=3$
نقطه بحرانی

1,5

نوید امینی - تکلیف ۲

۹

$$f'(x) < 0 \to m^2 - m - 2 \le 0 \to -1 \le m \le 2 \;,\; m \ne 2 \rightsquigarrow \overset{1}{-1 \le m < 2}$$

x (ریشه‌ی مضاعف $\to 1 - m \le 1 \to \overset{2}{m \ge 0}$

$1, 2 \rightsquigarrow \boxed{m = 0 \text{ یا } 1}$

۱۰

$$y = \begin{cases} \dfrac{x}{1-x^2} & x \ge 0 \quad x \ne 1 \\[2ex] \dfrac{x}{1+x^2} & x \le 0 \end{cases} \rightsquigarrow D_y = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$y' = \begin{cases} \dfrac{1-x^2+2x^2}{1-x^2} = \dfrac{1+x^2}{1-x^2} & x > 0 \\[2ex] \dfrac{1+x^2-2x^2}{1-x^2} = \dfrac{1-x^2}{1+x^2} & x < 0 \to \boxed{x = -1} \end{cases}$$

تابع در $x = 0$ مشتق‌پذیر است و مشتق در آن صفر نیست پس تنها یک نقطه‌ی بحرانی $x = -1$ دارد