

$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x^2+x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{x^2+x} & ; x < 0 \end{cases}$

۱/۳ max
 ۰ min
 نقطه بحرانی

نقطه
 ۱-
 ۲

$\hookrightarrow D_f \in (-\infty, -1] \cup [0, 1]$

$f'(x) = 0 \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{a-x}} = 0 \rightarrow a-2x = 2x \rightarrow x = \frac{a}{4}$

$\hookrightarrow D_f \in [0, \frac{a}{4}] \Rightarrow \begin{cases} f(0) = \sqrt{a} \\ f(\frac{a}{4}) = \sqrt{\frac{a}{4}} + \sqrt{\frac{3a}{4}} \rightarrow \text{بیشترین} \\ f(\frac{a}{4}) = \sqrt{\frac{a}{4}} \rightarrow \text{کمترین} \end{cases}$

$\frac{a}{\sqrt{4}} + \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{4a} \Rightarrow a = \frac{4}{7}$

۲
 ۳
 ۴

$f(x) = \begin{cases} \frac{x^k - kx^r}{x^r - 1} & ; x > r, x \neq r-1 \\ \frac{kx^r - x^k}{x^r - 1} & ; -r \leq x \leq r \end{cases}$

نقطه
 ۳-
 ۲

$f(x) = kax^r + rbx + c \rightarrow f'(1) = f'(0) = f(0) = 0$

$ka + rb = 0$
 $f(1) = 1 = a + b$

$a = -r, b = k \rightarrow$

۴
 ۲

$f'(x) = k(1-x^r) \rightarrow 1 - rx^{r-1} = 0 \rightarrow x = \frac{1}{r}$

$\hookrightarrow \begin{cases} \frac{1}{r} \rightarrow 0 \\ 1 \rightarrow 1 \\ -1 \rightarrow -1 \\ -1,5 \rightarrow -1,5 \end{cases}$

۲
 ۳
 ۴

$-x^k + ka x^{r-1} + b \xrightarrow{\text{نسبت}} -rx^{r-1} + ka x^{r-1} \xrightarrow{x=-1} +1 + ka + b = 1 \Rightarrow ka + b = 0 \Rightarrow b = -ka$

$-r - ka = 0 \Rightarrow ka = -r \Rightarrow a = -\frac{r}{k} \hookrightarrow \frac{b}{a} = \frac{-ka}{-\frac{r}{k}} = \frac{k^2 a}{r}$

۲
 ۳

$$f'(x) = \frac{4x^3(x^3-1) - 3x^2(x^3)}{(x^3-1)^2} \rightarrow f'(x) = \frac{4 - 3x^3}{(x^3-1)^2}$$

9

$$f'(x) < 0 \rightarrow x^3(x^3-3) < 0 \rightarrow 0 < x < \sqrt[3]{3}, \quad x \neq 1$$

جس میں صفر بازہ میں $(\sqrt[3]{3}-1)$ سے باہر ہے