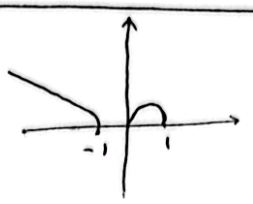
آزمون کدبین — شنبه ۲۶

۱- $f(x)=\begin{cases}\sqrt{-x^2+x} & ; x\geq 0\\ \sqrt{x^2+x} & ; 0>x\end{cases}$ → 

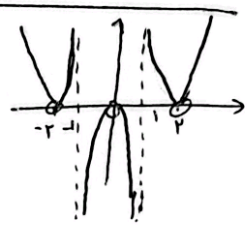
نسبی $\max$: $\frac{1}{2}$
نسبی $\min$: ۰
نقطه‌ی بحرانی ۴
} ۵ نقطه

↳ $D_f \in (-\infty,-1]\cup[0,1]$

۲- $f'(x)=0 \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{a-2x}}=0 \rightarrow a-2x=4x \rightarrow x=\frac{a}{6}$

↳ $D_f \in [0,\frac{a}{2}] \Rightarrow \begin{cases} f(0)=\sqrt{a} \\ f(\frac{a}{6})=\sqrt{\frac{a}{6}}+\sqrt{\frac{2a}{3}} \rightarrow \text{بیشترین} \\ f(\frac{a}{2})=\sqrt{\frac{a}{2}} \rightarrow \text{کمترین} \end{cases}$ $\frac{a}{\sqrt{12}}+\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\sqrt{12} \Rightarrow a=12$

$[4]=4$

۳- $f(x)=\begin{cases}\frac{x^4-4x^2}{x^2-1} & ; x\geq 2 \text{ یا } x\leq -2 \\ \frac{4x^2-x^4}{x^2-1} & ; -2<x<2\end{cases}$ 

۳ نقطه

۴- $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \rightarrow f'(1)=f'(0)=f(0)=0$

↳ $c=0$ ↳ $d=0$

$3a+2b=0$
$f(1)=1=a+b$ } $a=-2, b=3$ → (۴)

۵- $f'(x)=$  $x(3-x^2) \rightarrow 3-3x^2$;  $x=\pm\sqrt{3} \rightarrow f'(x)=0$; $x=-1,-1.5$

↳
$\sqrt{3}$	۰
1	۲
-1	-2 → $\min$ نقطه
-1.5	$-\frac{9}{8}$

۶- $-x^4+3ax^2+b \xrightarrow{\text{مشتق}} -4x^3+6ax \xrightarrow{x=-1} +1+3a+b=1 \Rightarrow 3a+b=0 \rightarrow b=1.5$

$-4-6a=0 \Rightarrow 6a=-4 \rightarrow a=-0.5$ ↳ $\frac{b}{a}=-3$

$y' = 3x + 1 \rightarrow y' = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}, y = \frac{5}{12}$

۷- $\frac{ax+3}{(a+1)x+(a-1)} \rightarrow \frac{a}{a+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 2$

$(a+1)x = -a+1 \rightarrow x = \frac{-a+1}{a+1} = -\frac{1}{3}$

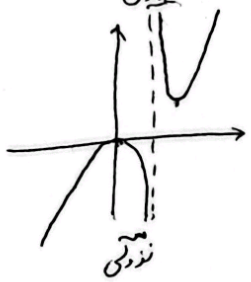
$\frac{2x+3}{3x+1} = 0 \rightarrow x = -\frac{3}{2}$

۸- $\frac{1}{2}$ شیب خط $\Rightarrow (1+x)^2 \Rightarrow \frac{8x^2+7}{1+3x+x^3} \rightarrow \frac{6}{9} = 2 \rightarrow b = 12 \rightarrow \frac{12}{4} = 3$ گزینه

۹- $f'(x) = \frac{4x^3(x^2-1) - 2x^4(2x)}{(x^2-1)^2} = \frac{4x^5 - 4x^3 - 4x^5}{(x^2-1)^2} = \frac{-4x^3}{(x^2-1)^2}$

$x = 0$ یا $x = \pm 1$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
f'	$+$	$+$	0	$-$	$-$
f	↗	↗	ماکزیمم	↘	↘



$\rightarrow$ مینیمم طول $= 0$ گزینه ۳

۱۰- $f(x) = \frac{x^4}{x^2-4}$

$f'(x) = \frac{4x^3(x^2-4) - 2x(x^4)}{(x^2-4)^2} = \frac{2x^5 - 16x^3}{(x^2-4)^2} = \frac{2x^3(x^2-8)}{(x^2-4)^2}$

$x = 0, \pm 2\sqrt{2}$

x	$-\infty$	$-2\sqrt{2}$	-2	0	2	$2\sqrt{2}$	$+\infty$
f'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
f	↘	مینیمم	↗	ماکزیمم	↘	مینیمم	↗

۳ تا نقطه اکسترمم نزولی