مهرداد ساعی　　　　۱۷٫۵　　　　تکلیف ۲۶:

۱)　　① ۱٫۵

$x \geq ۰ \to \sqrt{-x^۲+x}$

$x < ۰ \to \sqrt{x^۲+x}$

$\to f' \begin{cases} \to \frac{-۲x+۱}{۲\sqrt{-x^۲+x}} \Rightarrow \text{نقاط بحرانی} = \frac{۱}{۲} , ۰ , ۱ \\ \to \frac{۲x+۱}{۲\sqrt{x^۲+x}} = \text{نقاط بحرانی} = -\frac{۱}{۲} , -۱ \end{cases}$

$\Rightarrow \underline{k = ۴٫۵}$

$x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow y = \frac{۱}{۴}$

$x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow y = -\frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{۱}{۴} - \frac{۳}{۴} + ۵ = ۴٫۵$

---

۲)

$f'(x) = \frac{۱}{۲\sqrt{x}} - \frac{۱}{\sqrt{a-۲x}} = ۰ \quad a - ۲x = ۴x \Rightarrow \underline{x = \frac{a}{۶}}$

$\Rightarrow ۰ \leq x \leq \frac{a}{۲} \Rightarrow f(\frac{a}{۲}) = \sqrt{\frac{a}{۲}} = \min \qquad f(\frac{a}{۶}) = \frac{۳\sqrt{a}}{\sqrt{۶}} = \max$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{a}{۲}} \times \frac{۳\sqrt{a}}{\sqrt{۶}} = \sqrt{۱۲} \Rightarrow \underline{a = ۴}$ ✓　　②

---

۳)

$f'(x) = \begin{cases} \frac{(۴x^۳-۸x)(x^۲-۱) - ۲x(x^۴-۴x^۲)}{(x^۲-۱)^۲} \\ \frac{-((۴x^۳-۸x)(x^۲-۱) - ۲x(x^۴-۴x^۲))}{(x^۲-۱)^۲} \end{cases}$

$\Rightarrow ۲x^۵ - ۴x^۳ + ۸x = ۰$

$\Rightarrow x(۲x^۴ - ۴x^۲ + ۸) = ۰ \Rightarrow \underline{x = ۰}$
$x = \pm ۲$

⇐ ۳ نقطه ✓　　②

---

۴)

$y' = ۳ax^۲ + ۲bx + c \xrightarrow{x=۰} c = ۰ \xrightarrow{\text{اگر}} y = ax^۳ + bx^۲ + cx + d$

$\xrightarrow{x=۰} d = ۰ \Rightarrow y = ax^۳ + bx^۲ \xrightarrow{x=۱} a + b = ۱ \Rightarrow y' = ۳ax^۲ + ۲bx$

$\xrightarrow{x=۱} ۳a + ۲b = ۰ \Rightarrow a = -۲ \Rightarrow b = ۳ \Rightarrow a \times b = -۶$ ✓　　②

---

۵) در بازه $[-۱٫۵ , ۲]$ داخل ~~قدر~~ قدر مطلق مثبت ←

$f(x) = -x^۳ + ۳x \Rightarrow f'(x) = -۳x^۲ + ۳ = ۰ \Rightarrow x^۲ = ۱ \Rightarrow x = \pm ۱$

$\Rightarrow x = -۱ \Rightarrow \boxed{y = -۲}$ ✓ min مطلق

②

۶)

$$\begin{cases} x \geq 0 \to x^3 + x^3 + ax + b \\ x < 0 \to x^3 + 3x^2 + ax + b \end{cases} \Rightarrow -3x^2 + 6ax = 0 \Rightarrow 3 - 6a = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$(1, 0) \Rightarrow b = -(1) \to \frac{b}{a} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = -3$ ✓ ②

---

۷)

مجانب قائم $= \frac{a}{a+1}$ $\Rightarrow \left(\frac{a-1}{a+1}, \frac{a}{a+1}\right)$ $\quad f'(x) = 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

مجانب افقی $= \frac{a-1}{a+1}$

$\frac{-\frac{x}{2} - 3}{\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}} = \frac{-x + 12}{3x + 1} = 0 \Rightarrow x = ~~12~~ \; \cancel{\frac{3}{2}}$, 1 ②

---

۸) ⓪

[illegible]

---

۹)

$$\frac{x^4}{x^3 - 1} \to f'(x) = \frac{(4x^3)(x^3 - 1) - (3x^2)(x^4)}{(x^3 - 1)^2} = \frac{x^6 - 4x^3}{(x^3 - 1)^2}$$

$\Rightarrow$ طول min $= \sqrt[3]{4}$ ✓ ۲ ②

---

۱۰)

$$\frac{x^4 - 3}{x^2 - 3} \Rightarrow f'(x) = \frac{4x^3(x^2 - 3) - (2x)(x^4 - 3)}{(x^2 - 3)^2} = \frac{2x^5 - 12x^3 + 6x}{(x^2 - 3)^2}$$

$\Rightarrow$

	$-\sqrt{3+\sqrt{6}}$		$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{3-\sqrt{6}}$		0		$\sqrt{3-\sqrt{6}}$		$\sqrt{3}$		$\sqrt{3+\sqrt{6}}$	
+	|	+	|	−	|	+	|	−	|	−	|	+	|	

$\boxed{\cancel{5}, 0, 3}$ ②

۱

$x(1-|x|)\geq 0 \rightarrow D_f=(-\infty,-1]\cup[0,1]$

$f'(x)=\dfrac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} \rightarrow |x|=\frac{1}{2} \rightarrow x=\frac{1}{2}$ (در دامنه نیست $x=-\frac{1}{2}$)

x		$\frac{1}{2}$	
y'	$+$		$-$
y	$\nearrow$	max	$\searrow$

$n=0$

$m=1$

نقاط ۰ و ۱± و $\frac{1}{2}$ برای $\leftarrow$ $k=4$

$m+n+k=4+1=\boxed{5}$

۸

طبق A مجانب افقی $y=3$ و مجانب قائم $y=-\frac{1}{2}$ است و مجانب قائم ریشه ی مخرج است

$4\left(-\frac{1}{2}\right)^2+a\left(-\frac{1}{2}\right)+1=0 \rightarrow \frac{1}{2}a=2 \rightarrow \boxed{a=4}$

$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{bx^2+7}{4x^2+ax+7}=\frac{b}{4}=3 \rightarrow \boxed{b=12}$

$\Bigg\}\ \frac{b}{a}=\boxed{3}$