تکلیف ۲۶ : مهراد ساعی

۱)

$x \geq ۰ \to \sqrt{-x^2+x}$

$x < ۰ \to \sqrt{x^2+x}$

$\Rightarrow f' \begin{cases} \to \frac{-۲x+۱}{۲\sqrt{-x^2+x}} \Rightarrow \text{نقاط بحرانی} = ۱ \text{ و } ۰ \text{ و } \frac{۱}{۲} \\ \to \frac{۲x+۱}{۲\sqrt{x^2+x}} = \text{نقاط بحرانی} = -\frac{۱}{۲} \text{ و } -۱ \end{cases}$

$\Rightarrow \underline{k = ۴٫۵}$

$x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow y = \frac{۱}{۴}$

$x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow y = -\frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{۱}{۴} - \frac{۳}{۴} + ۵ = ۴٫۵$

---

۲)

$f'(x) = \frac{۱}{۲\sqrt{x}} - \frac{۱}{\sqrt{a-۲x}} = ۰ \quad a - ۲x = ۴x \Rightarrow \underline{x = \frac{a}{۶}}$

$\Rightarrow ۰ \leq x \leq \frac{a}{۲} \Rightarrow f(\frac{a}{۲}) = \sqrt{\frac{a}{۲}} = \min \qquad f(\frac{a}{۶}) = \frac{۳\sqrt{a}}{\sqrt{۶}} = \max$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{a}{۲}} \times \frac{۳\sqrt{a}}{\sqrt{۶}} = \sqrt{۱۲} \Rightarrow \underline{a = ۴}$

---

۳)

$f'(x) = \begin{cases} \frac{(۴x^3-۸x)(x^2-۱) - ۲x(x^4-۴x^2)}{(x^2-۱)^2} \\ \frac{-((۴x^3-۸x)(x^2-۱) - ۲x(x^4-۴x^2))}{(x^2-۱)^2} \end{cases} \Rightarrow ۲x^5 - ۴x^3 + ۸x = ۰$

$\Rightarrow x(۲x^4 - ۴x^2 + ۸) = ۰ \Rightarrow \underline{x = ۰}$

$x \neq \pm ۱$

$\Rightarrow$ سه نقطه

---

۴)

$y' = ۳ax^2 + ۲bx + c \xrightarrow{x=۰} c = ۰ \xrightarrow{\text{اگر}} y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$\xRightarrow{x=۰} d = ۰ \Rightarrow y = ax^3 + bx^2 \xrightarrow{x=۱} a + b = ۱ \Rightarrow y' = ۳ax^2 + ۲bx$

$\xRightarrow{x=۱} ۳a + ۲b = ۰ \Rightarrow a = -۲ \Rightarrow b = ۳ \Rightarrow a \times b = -۶$

---

۵) در بازه $[-۱٫۵ , \sqrt{۳}]$ داخل قدرمطلق مثبت ←

$f(x) = -x^3 + ۳x \Rightarrow f'(x) = -۳x^2 + ۳ = ۰ \Rightarrow x^2 = ۱ \Rightarrow x = \pm ۱$

$\Rightarrow x = -۱ \Rightarrow \boxed{y = -۲}$ min مطلق

۶)

$$\begin{cases} x \geq ۰ \Rightarrow x^۳ + x^۳ + ۹x^۲ + b \\ x < ۰ \Rightarrow x^۳ + ۳x^۳ + ax^۲ + b \end{cases} \Rightarrow -x^۲ + ۶ax = ۰ \Rightarrow ۳ - ۶a = ۰ \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}$$

$$f(۰) = b = ۶ \Rightarrow b = -(۱) \to \frac{b}{a} = \frac{-\frac{۳}{۲}}{\frac{۱}{۲}} = -۳$$

---

۵)

مجانب قائم $= \frac{a}{a+۱}$ $\Rightarrow \left(\frac{a-۱}{a+۱}, \frac{a}{a+۱}\right)$ $f'(x) = ۲x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۱}{۲}$

مجانب افقی $= \frac{a-۱}{a+۱}$

$$\frac{-\frac{۳}{۲}}{\frac{۳}{۲}x + \frac{۱}{۲}} = \frac{-x + ۱۲}{۳x + ۱} = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۳}{۲}$$ ۱

---

۸)

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

---

۷)

$$\frac{x^۴}{x^۳-۸} \to f'(x) = \frac{(۴x^۳)(x^۳-۸) - (۳x^۲)(x^۴)}{(x^۳-۸)^۲} = \frac{x^۶ - ۳۲x^۳}{(x^۳-۸)^۲}$$

$\Rightarrow$ طول min $= \sqrt[۳]{۳۲}$ - ۲

---

۱۰)

$$\frac{x^۴-۳}{x^۲-۳} \Rightarrow f'(x) = \frac{۴x^۳(x^۲-۳) - (۲x)(x^۴-۳)}{(x^۲-۳)^۲} = \frac{۲x^۵ - ۱۲x^۳ + ۶x}{(x^۲-۳)^۲}$$

$\Rightarrow$ $-\sqrt{۳+\sqrt{۶}}$ $-\sqrt{۳}$ $-\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$ ۰ $\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$ $\sqrt{۳}$ $\sqrt{۳+\sqrt{۶}}$

$+ \mid + \mid - \mid + \mid - \mid - \mid + \mid$

$$\boxed{۰ ، ۰ . ۳}$$