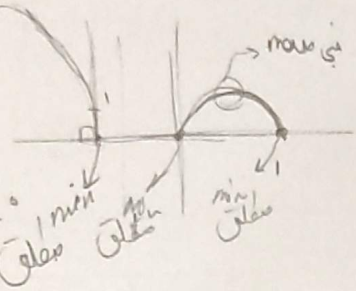
نام و نام خانوادگی ....امیر...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۴... کلاس ....دوازدهم....

۱۹٫۵ آفرین

۱

$f(x)=\sqrt{x(1-|x|)}$

$\begin{cases}\sqrt{x-x^2}\ ;\ x\geq 0\\ \sqrt{x^2-x}\ ;\ x<0\end{cases}$



$k=4$
$n=0$
$m=1$
$\Rightarrow k+n+m=5$ ۲

۲

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x} \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{a-2x}} = \frac{\sqrt{a-2x}-2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}\sqrt{a-2x}}=0$

$\Rightarrow \sqrt{a-2x}=2\sqrt{x} \Rightarrow 4x=a-2x \Rightarrow 6x=a \Rightarrow x=\frac{a}{6}$ یا $x=0$ ، $x=\frac{a}{2}$ → ۳ ابزار ۱٫۵

$x=\frac{a}{6}$ ↓ max نسبی

→ min نسبی

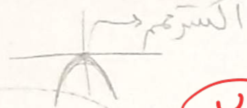
دقت کن!

$\Rightarrow \sqrt{\frac{a}{2}}\times\left(\underbrace{\sqrt{\frac{a}{6}}+\sqrt{\frac{4a}{6}}}\right) \Rightarrow \left(\frac{a}{4}\right)\left(\sqrt{\frac{a}{2}}\right)\sqrt{2} \Rightarrow a\sqrt{a}=\sqrt{72}$

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}}\times\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{6}}=\sqrt{12} \rightarrow$

۳

$f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}|x^2-4| \rightarrow \left(1+\frac{1}{x^2-1}\right)|x^2-4|$ ← ۳ نقطه را باید بیشتر توضیح بدم باشد و بررسی کنیم

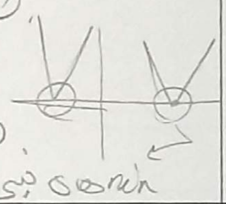


۱ نقطه → دو نقطه

صفر

۳ نقطه اکسترمم ←

۳،۲ نقاط → $x=2$, $x=-2$ → از آن جایی که تابع زوج است → $f(2)=f(-2)$ ۲



۴

$ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow y'=3ax^2+2bx+c$ $\begin{cases} x=0 \rightarrow c=0\\ x=1 \Rightarrow 3a+2b=0\end{cases}$

$A|^{0}_{0} \Rightarrow d=0$ → نقطه اکسترمم

$B|^{1}_{1}$ $\Rightarrow x=1 \rightarrow a+b=1$, $3a+2b=0$ $\Rightarrow$ $2a+2b=2$, $3a+2b=0 \rightarrow a=-2, b=3$

$\rightarrow ab=-6$ ۲

۵

$f(x)=x|3-x^2|$ $\begin{cases} x(3-x^2) & -\sqrt{3}\leq x\leq\sqrt{3}\\ x(x^2-3) & x\geq\sqrt{3}\end{cases}$ $[-1.5,\sqrt{3}]$ $\rightarrow x(3-x^2)$

$\Rightarrow (3-x^2)-2x(x) \Rightarrow 3-x^2-2x^2 \rightarrow 3-3x^2 \rightarrow x=\pm 1$

$f(1) \Rightarrow 2$ →

$f(-1) \Rightarrow -2$ → min مطلق ۲ در بازه

$y=x^2|x|+2ax^2+b$

$A(-1,1) \to 1+2a+b=2 \to 2a+b=0 \to \frac{3}{2}+b=0 \to b=-\frac{3}{2}$

$\to \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow -3$

$-x^3+2ax^2+b \xrightarrow{y'} -3x^2+4ax$

$-3x(x+2a) \Rightarrow x=0$

$x=-2a \Rightarrow -2a=-1$

$\to a=\frac{1}{2}$

2

6

$y=\dfrac{(ax+3)}{(a+1)x+(a-1)} \Rightarrow \dfrac{\frac{9-a}{3}}{\frac{2a-4}{3}}=\frac{2}{3} \to a=5$

دقت

$\to \dfrac{5ax+3}{6ax+4}=\frac{155}{...}$

$f(x)=\frac{3}{2}x^2+x+\frac{a}{4} \to f'(x)=3x+1 \xrightarrow{\min} x=-\frac{1}{3}$

$\to f(-\frac{1}{3})=\frac{1}{6}+\frac{a}{4}-\frac{2}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$\to 6x=-\frac{3}{5}$

7

$y=\dfrac{bx^2+7}{4x^2+ax+1} \to A(-\frac{1}{2},3) \to$ افقی مجانب $=3$ قائم مجانب $=-\frac{1}{2} \to x=-\frac{1}{2}$

$\to y=3$

$\frac{b}{4}=3 \Rightarrow b=12$

$\to \frac{b}{a}=\frac{12}{4}=3$

2

$4x^2+ax+1 \xrightarrow{\text{ریشه } x=-\frac{1}{2}} 0 \Rightarrow (2x+1)^2 \Rightarrow a=4$

8

$f(x)=\dfrac{x^4}{x^3-8} \Rightarrow \dfrac{4x^3(x^3-8)-3x^2 \times x^4}{(x^3-8)^2}=0 \to 4x^6-32x^3-3x^6=x^6-32x^3$

$\boxed{x<2} \to x^3(x^3-32)=0 \to \begin{cases} x=0 \xrightarrow{\ \ } \text{اکیداً نزولی} \ [0,2) \ \text{از بازه ی} \\ x=5\log_3^2 \to \text{اگر } x<\log_3^2 \text{ باشد در واقع بازه ی} \end{cases}$ 9

$\Rightarrow 5\log_3^2-2<2-0 \Rightarrow 5\log_3^2 \simeq 3.15$ است بازه اکیداً نزولی $\leftarrow (2, 5\log_3^2]$

$\Rightarrow \underset{0.1}{\min} \Rightarrow 5\log_3^2-2 \simeq 1.15$

بهتر است در استفاده نهایی جواب را به صورت log نشان ندهی یا هر دو حالت را بنویسی

$f(x)=\dfrac{x^4-3}{x^2-3} \to f'(x)=4x^3(x^2-3)-2x(x^4-3)=0$

$\to 4x^5-12x^3-2x^5+6x \Rightarrow 2x^5-12x^3+6x$

$\Rightarrow 2x(x^4-6x^2+3) \to t^2-6t+3 \to \sqrt{36-12} \Rightarrow (\sqrt{24}) \to \dfrac{6\pm 2\sqrt{6}}{2} \to 3\pm\sqrt{6}$ 10

$x^2=3\pm\sqrt{6} \to x=\pm\sqrt{3\pm\sqrt{6}} \to$ ۴ جواب $\quad x=0 \to$ جواب برای اکسترمم

$[\sqrt{3-\sqrt{6}},0] \cup [\sqrt{3+\sqrt{6}},\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6},2)$

2

۲

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a-2x} \longrightarrow D_f \quad 0 \leq x \leq \frac{a}{2}$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{2\sqrt{a-2x}} \xrightarrow{f'=0} \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{a-2x}} \longrightarrow 4x = a-2x \leadsto x = \frac{a}{6}$

$x=0 \longrightarrow f(0) = \sqrt{a}$

$x = \frac{a}{2} \longrightarrow f(\frac{a}{2}) = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}}$ min نسبی

$x = \frac{a}{6} \longrightarrow f(\frac{a}{6}) = \sqrt{\frac{a}{6}} + \sqrt{\frac{4a}{6}} = \frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{6}}$ max نسبی

min x max

$\frac{3 \times a}{\sqrt{12}} = \sqrt{12}$

$\hookrightarrow \boxed{a=4}$

۳-

$f(x) = \pm \frac{x^2(x^2-4)}{x^2-1} \longrightarrow f'(x) = \pm \frac{(4x^3-8x)(x^2-1) - (x^4-4x^2)2x}{(x^2-1)^2} = 0$

$\pm(2x^5 - 4x^3 + 8x) = 0 \rightarrow x = 0$

$\hookrightarrow x^4 - 2x^2 + 4 = 0$ (ریشه ندارد)

ابتدا ۲, ۲- ریشه‌های تک‌معلق و نقطه‌ای صفر ریشه‌ی مشتق است پس 3 نقطه‌ی بحرانی دارد!

۷

$x_{min} = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2(\frac{3}{2})} = -\frac{1}{3}$

مجانب قائم
ی ریشه مخرج $= -\frac{d}{c} = \frac{1-a}{1+a} = -\frac{1}{3} \longrightarrow 3-3a = -1-a \longrightarrow 2a = 4 \longrightarrow a = 2$

$y = \frac{2x+3}{3x+1} \longrightarrow y = 0 \longrightarrow x = -\frac{3}{2}$

۴

$$f'(x) = \frac{4x^3(x^3-8) - 3x^2(x^4)}{(x^3-8)^2} \rightarrow f'(x) = \frac{x^6 - 32x^3}{(x^3-8)^2}$$

$$f'(x)<0 \rightarrow x^3(x^3-32)<0 \rightarrow 0<x<\sqrt[3]{32} \quad \text{و} \quad x \neq 2$$

پس مینیمم طول بازه برابر $2(\sqrt[3]{4}-1)$ می‌باشد