امین جلالی

۱۷

۱)

$f(x) \xrightarrow{x=0} =0 \Rightarrow b=0 \qquad \Longrightarrow a+b=\boxed{13}$

۵/۱

$\Rightarrow \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0 \xrightarrow{hop} f'(x) = -6\sin^2 2x + 2ax = 0$

$\Rightarrow \lim_{x\to 0^-} \frac{f'(x)}{x} = 0 \xrightarrow{hop} f''(x) = -24\cos 2x + 2a = 0 \Rightarrow \boxed{a=12}$

۲)

$x, -x$ شیب‌ها $= m, -\frac{1}{m}$ $\qquad y' = 2x$

$\Rightarrow 2x = -\frac{1}{(-2x)} \Rightarrow 4x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm\frac{1}{2} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}, & y_1 = -\frac{3}{4} \\ x_2 = -\frac{1}{2}, & y_2 = -\frac{3}{4} \end{cases} \rightarrow -\frac{3}{4} - \frac{3}{4} = \boxed{-\frac{6}{4}}$

۵

۳

$m_{AB} = ۹ \Rightarrow y = ۹x - ۹$

$f'(x) = \dfrac{-۲a}{(۲x-۱)^۲} = ۹ \qquad f(x) = \dfrac{a}{۲x-۱} = ۹x - ۹$

$\begin{cases} a = -۳(۲x-۱)^۲ \\ a = (۲x-۱)(۹x-۹) \end{cases} \Rightarrow -۳(۲x-۱) = ۹x - ۹$

$\Rightarrow \boxed{x = ۱}$

$\Rightarrow \boxed{a = -۳} \Rightarrow f(۵) = -\dfrac{۳}{۹} = \boxed{-\dfrac{۱}{۳}}$

۲

$$y' = \frac{1-a^2}{(ax+1)^2} \xrightarrow{x=1} \frac{1-a^2}{(a+1)^2} = 2 \Rightarrow \frac{1-a}{1+a} = 2 \Rightarrow \boxed{a = -\frac{1}{3}}$$ ۴

۲

$$\xrightarrow[a=-\frac{1}{3}]{x=1} \frac{1-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}+1} = 2+b \Rightarrow \boxed{b=-1} \Rightarrow a-b = -\frac{1}{3}-(-1) = \boxed{\frac{2}{3}}$$

$$g(x) = f(x) \Rightarrow \sin x + \frac{1}{2}\cos x = \frac{3}{2}\sin x \Rightarrow \frac{1}{2}\cos x = \frac{1}{2}\sin x \Rightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{4}}$$ ۵

$$f'(x) = \cos x - \frac{1}{2}\sin x \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{4}}$$ شیب خط مماس

۱/۵

(۴)

$f'(x) = 4x^2 - 4x - 12 = 0$

$\begin{cases} x = -1 = x_A \longrightarrow A(-1, 8) \\ x = 2 = x_B \longrightarrow B(2, -19) \end{cases}$

$m_{AB} = \frac{-27}{3} = \boxed{-9}$

$\Rightarrow f'(x) = -9 \Rightarrow 4x^2 - 4x - 12 = -9$

$\Rightarrow 4x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta > 0$

چون Δ ⊕ شده $\Leftarrow$ ۲ نقطه وجود دارد

ج

۷

$-\frac{b}{3a} < 0 \Rightarrow -\frac{k+1}{3k} < 0 \Rightarrow$ $\begin{array}{ccccc} & -1 & & 0 & \\ - & | & + & | & - \end{array}$

۰٫۲۵

۸

طول نقطه عطف $= -\frac{b}{3a} \Rightarrow -\frac{a}{3} = -1 \Rightarrow \boxed{a=3}$

$\Rightarrow -1+3-b-1=-4 \Rightarrow \boxed{b=-5}$ $\Rightarrow \frac{a}{b} = \boxed{-\frac{3}{5}}$

۱٫۷۵

۹

$f(0)=4 \Rightarrow \boxed{C=4}$

$\Rightarrow f'(x) = 3x^2+2ax$

$f'(0)=0 \Rightarrow 3x^2+2ax+b=0 \Rightarrow \boxed{b=0}$

۲

$\Rightarrow f'(x)=0 \longrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-\frac{2a}{3} \end{cases} \Rightarrow f(-\frac{2a}{3})=0 \Rightarrow (-\frac{2a}{3})^3 + a(-\frac{2a}{3})^2 + 4 = 0 \Rightarrow \boxed{a=-3}$

$\longrightarrow x_{min} = \frac{-2(-3)}{3} = \boxed{2}$

۱۰

$f'(x) = 4x^3 - 12x \Rightarrow$ $\begin{array}{ccccccc} & -\sqrt{3} & & 0 & & \sqrt{3} & \\ - & | & + & | & - & | & + \end{array}$ $\Rightarrow A=(-\sqrt{3}, -4)$

min min

$B=(\sqrt{3}, -4)$

۲

$f''(x) = 12x^2-12 = 0 \Rightarrow$ $\begin{array}{ccccc} & -1 & & 1 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ $\Longrightarrow C=(-1, 0) \quad D=(1, 0)$

$\Longrightarrow m_{AB} = 0$

$\Longrightarrow m_{CD} = 0$

$\longrightarrow$ زاویه بین = 0

۱-

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=0 \to \lim_{x\to 0^+}\frac{\cos^3(2x)+ax^2+b}{x}=0 \to \lim_{x\to 0^+}\frac{1+b}{x}=0 \to \boxed{b=-1}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{f'(x)}{x}=2=\lim\frac{-6\sin(2x)\cos^2(2x)+2ax}{x}=2 \xrightarrow{\text{هم ارزی}}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{(-6\times 2x)+2ax}{x}=2 \to 2a-12=2 \to 2a=14 \to \boxed{a=7}$$

$$a+b=7-1=6$$

۵-

$$f(x)=g(x) \to \sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{3}{2}\sin x \to \sin x=\cos x \xrightarrow{0\le x\le \pi} x=\frac{\pi}{4}$$

$$f(\tfrac{\pi}{4})=\sin\tfrac{\pi}{4}+\tfrac{1}{2}\cos\tfrac{\pi}{4}=\frac{\sqrt2}{2}+\frac{\sqrt2}{4}=\frac{3\sqrt2}{4}$$

$$f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \to f'(\tfrac{\pi}{4})=\frac{\sqrt2}{2}-\frac{\sqrt2}{4}=\frac{\sqrt2}{4}$$

معادله خط برحسب $\frac{\pi}{4}$ $\to$ $y-\frac{3\sqrt2}{4}=\frac{\sqrt2}{4}(x-\frac{\pi}{4}) \xrightarrow{y=0} \cancel{\frac{\sqrt2}{4}}(x-\frac{\pi}{4})=-\frac{3\cancel{\sqrt2}}{\cancel{4}} \to \boxed{x=\frac{\pi}{4}-3}$

۷

$$y'=3kx^2+2(k+1)x \to y''=6kx+2(k+1)=0 \to x=\frac{k+1}{-3k}$$

1

$$\frac{-(k+1)}{3k}<0 \to \begin{array}{ccc} & -1 & 0 \\ - & + & - \end{array} \to k<-1 \text{ یا } k>0$$

نقطه‌ی عطف در ناحیه دوم است پس $\leftarrow$

2

$$-\frac{(k+1)}{3k}(k)+(k+1)>0 \to -\frac{(k+1)}{3}+k+1>0 \to \frac{2k+2}{3}>0 \to k>-1$$

$$1\cap 2 \to k>0$$

به ازای هیچ مقدار k منفی و صحیح جواب ندارد!

۸

$$\text{طول عطف } x=\frac{-b}{3a}=\frac{-a}{3} \to x=-\frac{a}{3} \to \frac{-a}{3}=-1 \to a=3$$

$$f(-1)=-4 \to -1+3-b-1=-4 \to b=-5$$

$$\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$$