۲۰ آفرین

آرین کریمی — شماره ۲۷

---

-۱

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}\overset{0/0}{\underset{\text{رفع ابهام HOP}}{\Longrightarrow}} -(۴)(\cos^۳ ۲x)(\sin ۲x)+۲ax=0 \to ۱+b=0 \to b=-۱$$

$$f'(x)=-۴\sin ۲x\cos^۳ ۲x \ ,\ f''(x)=۲۴\cos ۲x\sin^۲ ۲x-۱۲\cos^۴ ۲x+۲a$$

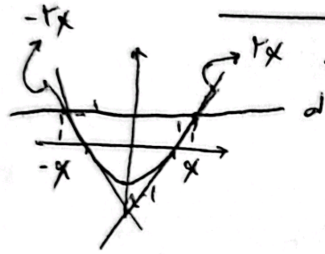
$$\lim_{x\to 0}\frac{f'(x)}{x}\overset{0/0}{\underset{\text{رفع ابهام HOP}}{\Longrightarrow}} f''(x)=۲ \Rightarrow \underbrace{-۱۲\cos^۴ 0}_{-۱۲}+۲a=۲ \Rightarrow a=۷$$

$a+b=۶$

۲

---

-۲




$\to$ ~~۲x x+۲x~~ $\Rightarrow ۱$

$$۴x^۲=۱ \to x=\pm\frac{۱}{۲} \ ,\ y=\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲-۱=-\frac{۳}{۴} \to -\frac{۳}{۴}\times ۲=-\frac{۳}{۲}$$

۲

---

-۳

$$\frac{۶-(-۱۲)}{۲{,}۵-(-0{,}۵)}=\frac{۱۸}{۳}=۶ \to m=۶ \to ۶x-۹ \to f(x)=۶x-۹$$

$$f'(x)=۶ \to \frac{-۲a}{۴x^۲-۴x+۱}=۶ \qquad \begin{cases} x=۱ \\ a=-۳\end{cases}$$

$$f(0)=\frac{-۳}{۱0-۱}=-\frac{۱}{۳}$$

۲

---

-۴

$$y'=\frac{\cancel{ax}+۱-\cancel{ax}-a^۲}{(ax+۱)^۲} \xrightarrow{x=۱} \frac{\cancel{(۱+a)}(۱-a)}{(a+۱)^۲}=۲ \to ۱-a=۲+۲a \Rightarrow a=-\frac{۱}{۳}$$

$$y=\frac{x-\frac{۱}{۳}}{-\frac{۱}{۳}x+۱} \xrightarrow{x=۱} \frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۲}{۳}}=۱ \ ,\ ۲+b=۱ \to b=-۱$$

$$\frac{۱}{۳}-(-۱)=\frac{۴}{۳}$$

۲

---

-۵

$$\cancel{\sin x}+\frac{۱}{۲}\cos x=\cancel{\frac{۳}{۲}}\sin x \ \left(\frac{۱}{۲}\sin x\right) \Rightarrow \sin x=\cos x \Rightarrow x=\frac{\pi}{۴}$$

$$f'(x)=\cos x-\frac{۱}{۲}\sin x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{۴}} \frac{\sqrt{۲}}{۲}-\frac{۱}{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{\sqrt{۲}}{۴}=m \ ,\ \left(\frac{\pi}{۴},\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}\right) \to \frac{\sqrt{۲}}{۴}x+\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}-\frac{\sqrt{۲}\pi}{۱۶}$$

$$\frac{\sqrt{۲}}{۴}x=\left(\frac{\sqrt{۲}\pi}{۱۶}-\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}\right)\frac{۴}{\sqrt{۲}} \Rightarrow x=\frac{\pi}{۴}-۳$$

۲

۶- $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ , $f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 \to 6(x^2 - x - 2)$

$(x-2)(x+1) \to$ $-1 \quad 2$ : $+ \; 0 \; - \; 0 \; +$


$\to A(-1 , 8)$

$B(2 , -19)$

$m_{AB} = \dfrac{8+19}{-1-2} = \dfrac{27}{-3} = -9 \Rightarrow f'(x) = -9$

$6(x-2)(x+1) = -9 \Rightarrow 6x^2 - 6x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ ۲ نقطه

۲

---

۷- $y'' = 6kx + 2k + 2$

$\to x > 0$

$\to y'' = 0 \to 2k(3x+1) = -2 \to x = -\dfrac{1+k}{3k} \to x > 0$

$\hookrightarrow \dfrac{1+k}{3k} < 0 \to$ $-1 \quad 0$ : $- \; + \; -$

$\to y > 0 \to x^2(kx + k + 1) > 0$

همیشه مثبت

$x = -\dfrac{1+k}{3k} \to -\dfrac{1+k}{3} + k + 1 \to \dfrac{2k+2}{3} > 0 \to$ $-1$ : $- \; +$

۲

اشتراک بازه ها تهی است ، پس جوابی برای k وجود ندارد که منفی و صحیح باشد!

---

۸- $y' = 3x^2 + 2ax + b \to x , y \Rightarrow y'' = 6x + 2a = 0 \to x = -1 \Rightarrow a = 3$

نقطه عطف

$-1 + a - b - 1 = -4 \Rightarrow a - b = -2 \to b = 5 \Rightarrow \dfrac{a}{b} = \dfrac{3}{5}$

۲

---

۹- $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \xrightarrow[f(0)=0]{x=0} b = 0 \Rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 + 4$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax = 0 \to x = \dfrac{-2a \pm \sqrt{4a^2}}{6} = 0 , -\dfrac{4a}{6} = -\dfrac{2a}{3} \Rightarrow (-\dfrac{2a}{3} , 0) \to -\dfrac{2a}{3} = 2$

۲

$f(-\dfrac{2a}{3}) = -\dfrac{8a^3}{27} + \dfrac{4a^3}{9} + 4 = 0$

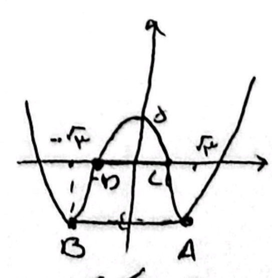
$\dfrac{4a^3}{27} = -4 \to a^3 = -27 \Rightarrow a = -3$

---

۱۰- $f'(x) = 4x^3 - 12x$ , $f''(x) = 12x^2 - 12$

$-\sqrt{3}$ min B ; $0$ max ; $\sqrt{3}$ min A

$+1$ D ; $-1$ C




$f(\sqrt{3}) = f(-\sqrt{3}) = -4$ , $f(+1) = f(-1) = 0$

$m_{AB} =$

۲

دو پاره خط موازی هستند و با یکدیگر ذوزنقه ای می سازند.