نام و نام خانوادگی ....[illegible]........ **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** .... **کلاس** ....دوازدهم B....

۱

$f(x)=\cos^3(2x)+ax^2+b$, $\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=0$ → مخرج صفر، صورت صفر $f(0)=1+b=0$, $b=-1$

$\hookrightarrow f'(x)=3\cos^2(2x)\cdot -2\sin 2x+2ax$

$\hookrightarrow \lim_{x\to 0^-}\frac{f'(x)}{x}=2 \longrightarrow \lim_{x\to 0^-}\frac{-6\cos^2 2x\sin 2x+2ax}{x}=2 \xrightarrow{\text{همارزی}} \frac{-6(1-2x^2)^2(2x)+2ax}{x}$

$=\lim -6(1-2x^2)^2\times 2+2a \Rightarrow 2 \to -12+2a=2 \Rightarrow a=7$, $a+b=6$

۲

$y=k$, $x^2-1=k \to x^2=k+1 \to x=\pm\sqrt{k+1}$

$\hookrightarrow f'(x)=2x \longrightarrow$ شیب در نقاط را بدست آورد $\to 2\sqrt{k+1}$, $-2\sqrt{k+1} \xrightarrow{\text{عمود}} a\times a'=-1$

$-4\sqrt{k+1}\sqrt{k+1}=-1$

$\to |k+1|=\frac{1}{4} \to k=-\frac{5}{4}$ ✗ زیرا با x^2 قطع نمی‌شد ; $k=-\frac{3}{4}$ ✓

$\longrightarrow y=-\frac{3}{4} \xrightarrow{\text{مجموع عرض}} 2\times -\frac{3}{4}=-\frac{3}{2}$

۳

$f(x)=\frac{a}{2x-1}$, $(2, 6 و 5)$, $(-0/5, -12)$ $\xrightarrow{\text{شیب}} a=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{18}{3}=6$

$\hookrightarrow$ معادله خط را نوشته $\Rightarrow y=6x-9$, $\frac{a}{2x-1}=6x-9 \to 12x^2-24x+9-a=0$

$\Delta=0$: $(24)^2-4(12)(9-a)=0 \Rightarrow 24\times 24=4\times 12(9-a) \Rightarrow 9-a=12 \to a=-3$

$f(5)=\frac{-3}{9}=-\frac{1}{3}$

۴

در $x=1$ مماس‌اند → هم مشتق برابر دارند، هم f برابری دارند $\quad \frac{1+a}{a+1}=2+b=1 \to b=-1$

$\hookrightarrow y=2x+b \longrightarrow y'=2$

$\hookrightarrow y=\frac{x+a}{ax+1} \longrightarrow y'=\frac{1-a^2}{(ax+1)^2} \longrightarrow \frac{1-a^2}{(a+1)^2}=2$ → $a=-1$ ✗ (تابع [illegible]) ; $a=-\frac{1}{3}$ ✓

$a\cdot b = -\frac{1}{3}+1=\frac{2}{3}$

۵

$f(x)=\sin x+\frac{1}{4}\cos x$, $g(x)=\frac{3}{4}\sin x \longrightarrow \frac{3}{4}\sin x=\sin x+\frac{1}{4}\cos x \to \sin x=\cos x$

$x=k\pi+\frac{\pi}{4} \xrightarrow{[0,\pi]} x=\frac{\pi}{4} \longrightarrow f(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt2}{2}+\frac{\sqrt2}{4}=\frac{3\sqrt2}{4}$

$\hookrightarrow f'(x)=\cos x-\frac{1}{4}\sin x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt2}{2}-\frac{\sqrt2}{4}=\frac{\sqrt2}{4} \to y=\frac{\sqrt2}{4}x+\frac{3\sqrt2}{4}-\frac{\sqrt2\pi}{16}$

$y=0 \longrightarrow -\frac{\sqrt2}{4}x=\frac{3\sqrt2}{4}-\frac{\sqrt2\pi}{16} \Rightarrow x=\frac{\pi}{4}-3$

۶

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x \rightsquigarrow f' = 6x^2 - 6x - 12$

$f(2) = -20 \rightarrow a = \frac{27}{-3} = -9$

$f(-1) = 7$

$6x^2 - 6x - 12 = -9 \rightarrow 6x^2 - 6x - 3 = 0 \quad \Delta > 0 \rightarrow$ ۲ نقطه

۷

$y = kx^3 + (k+1)x^2 \quad y' = 3kx^2 + 2(k+1)x$

$y'' = 6kx + 2k + 2 \rightarrow 6kx + 2k + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-k-1}{3k}$

نیاز $\frac{-k-1}{3k} < 0 \rightarrow$ $k > 0$ یا $k < -1$ $\xrightarrow{\text{حتی}}$ $k < -1$ $\left\{ f\left(\frac{-k+1}{3k}\right) = \frac{-(k+1)^3}{27} + \frac{(k+1)^3}{9k^2} > 0 \right.$

$\frac{-(k+1)^3}{27} < \frac{(k+1)^3}{9k^2} \rightarrow \frac{1}{27} < \frac{1}{9k^2} \rightarrow 27 < 9k^2 \rightarrow 3 < k^2 \rightarrow |k| > \sqrt{3}$ $\rightarrow$ $k < -\sqrt{3}$ جواب

۸

$y = x^3 + ax^2 + bx - 1$ ضعف‌اش عبور کرده یعنی نقطه کمکی $(-1, -3)$ $\rightarrow y' = 3x^2 + 2ax + b$

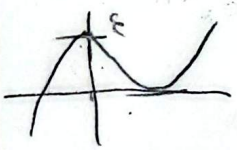
$\rightarrow y'' = 6x + 2a \xrightarrow{x=-1}$ $-6 + 2a = 0 \rightarrow a = 3$

$\hookrightarrow f(-1) = -3 \rightarrow -1 + 3 - b - 1 = -3 \rightarrow b = 3$ $\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{3}$

۹

$y = x^3 + ax^2 + bx + c \xrightarrow{f(0)=3 \rightarrow c=3} y' = 3x^2 + 2ax + b \xrightarrow{f'(0)=0} b = 0$

$\rightarrow y' = 3x^2 + 2ax \rightarrow y' = x(3x + 2a)$



$x = -\frac{2a}{3}$ min

min نیاز $\rightarrow f = 0 \rightarrow y = x^3 + ax^2 + 3 \rightarrow -\frac{8a^3}{27} + \frac{4a^3}{9} + 3 = 0$

$\rightarrow a = -3 \rightarrow$ min نیاز $\frac{-2 \times -3}{3} = 2$

۱۰

$y = x^4 - 4x^3 + 5 \rightarrow y' = 4x^3 - 12x = 4x(x^2 - 3)$ $\quad -\sqrt{3} \quad 0 \quad \sqrt{3}$ (− + − +)

$y'' = 12x^2 - 12 = 0 \rightarrow x = \pm 1$ کمکی

min نیاز $-\sqrt{3}$

نیاز ۰ $\rightarrow$ $\left\{ \begin{matrix} f(1) \\ f(-1) \end{matrix} \right.$ $\rightarrow y = -3 \rightarrow a = 0$ $\left\{ \begin{matrix} f(\sqrt{3}) = -3 \\ f(-\sqrt{3}) = -3 \end{matrix} \right.$

پس ۲ خط موازی هم را قطع نمی‌کنند