نام و نام خانوادگی [illegible] پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۷ کلاس دوازدهم ریاضی B

۱

$f(x)=\cos^3(2x)+ax^2+b \rightarrow f'(x)=-3\cos^2(2x).\sin(2x).2+2ax$ $\quad a+b=6$

$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=0 \rightarrow \lim_{x\to 0^+}\frac{\cos^3(2x)+7x^2+b}{x}=0 \rightarrow \lim_{x\to 0^+}\cos^3(2x)+7x^2+b=0 \rightarrow 1+b=0 \rightarrow b=-1$

$\lim_{x\to 0^-}\frac{f'(x)}{x}=2 \rightarrow \lim_{x\to 0^-}\frac{-3\cos^2(2x).\sin(2x).2+2ax}{x}=2 \xrightarrow{\text{هم ارزی}} \frac{-3(1-\frac{4x^2}{2})\cdot 2x\cdot 2+2ax}{x}$

$\lim_{x\to 0^-} 24x^2-12+2a=2 \rightarrow a=7$

۲

$y=x^2-1$ ⟵ وقتی خط موازی محور x، ۲ نقطه از این نمودار را قطع کرده آن دو نقطه طول‌های متقارن و عرض‌های مساوی دارند

$\rightarrow y'=2x \rightarrow \left|\frac{m-m'}{1+mm'}\right|=\tan\alpha$, $\quad -m=m'$

$\left|\frac{2m}{1-m^2}\right|=\tan 90 \rightarrow 1-m^2=0 \rightarrow m=1 \rightarrow m=2x \Rightarrow x=\frac{1}{2},\ x'=-\frac{1}{2}$

$y=x^2-1 \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} -\frac{3}{4}$, $\quad x=-\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{3}{4}$ $\quad -\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{3}{2}$

۳

$(-0.5,-12),\ (2.5,6) \rightarrow m=\frac{6-(-12)}{2.5-(-0.5)}=6 \rightarrow y=6x-9$

$6x-9=\frac{a}{2x-1} \rightarrow 12x^2-24x+9-a=0 \xrightarrow{\text{مشتق}} 24x-24=0 \rightarrow x=1 \rightarrow -3-a=0 \rightarrow a=-3$

$f(x)=\frac{-3}{2x-1} \rightarrow f(5)=\frac{-3}{9}=-\frac{1}{3}$

۴

$y=2x+b,\quad y=\frac{x+a}{ax+1} \rightarrow 2x+b=\frac{x+a}{ax+1}$

$2ax^2+(ab+1)x+b-a=0 \xrightarrow{x=1} a+ab+b=-1$

$\xrightarrow{\text{مشتق}} 4ax+ab+1=0 \xrightarrow{x=1} 4a+ab=-1$

$a+ab+b=4a+ab \rightarrow 3a=b$

$3a^2+4a+1=0 \rightarrow a=-1$ (غ ق، مشتق‌ها برابر نیست) $\rightarrow a=-\frac{1}{3} \rightarrow b=-1$

$-\frac{1}{3}-(-1)=\frac{2}{3}$

۵

$f(x)=\sin x+\frac{1}{2}\cos x,\quad g(x)=\frac{3}{2}\sin x \rightarrow \sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{3}{2}\sin x \rightarrow \frac{1}{2}\cos x=\frac{1}{2}\sin x \rightarrow \cos x=\sin x$

$x\in[0,\frac{\pi}{2}] \rightarrow x=\frac{\pi}{4} \rightarrow f(\frac{\pi}{4})=g(\frac{\pi}{4})=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

$f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}} f'(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$y-\frac{3\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}(x-\frac{\pi}{4}) \xrightarrow{y=0} -\frac{3\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}(x-\frac{\pi}{4}) \rightarrow -3=x-\frac{\pi}{4}$

$x=\frac{\pi}{4}-3$

۶

$f(x)=2x^3-3x^2-12x+1 \rightarrow f'(x)=6x^2-6x-12=0$ → $x=2 \rightarrow f(2)=-19$ ، $x=-1 \rightarrow f(-1)=8$

$m=\dfrac{8-(-19)}{-1-2}=\dfrac{27}{-3}=-9$

$6x^2-6x-12=-9 \rightarrow 6x^2-6x-3=0 \rightarrow \Delta>0 \rightarrow$ ۲ نقطه

۷

$y=kx^3+(k+1)x^2 \longrightarrow x^2(3kx+k+1)>0$ (x^2: همیشه مثبت ، $\frac{-k-1}{3k}$) $\rightarrow \dfrac{2k+2}{3}>0$ → -1: $-\;|\;+$ مورد قبول

$y'=3kx^2+(2k+2)x$

$y''=6kx+2k+2=0 \longrightarrow x=\dfrac{-2k-2}{6k}=\dfrac{-k-1}{3k}<0$ → -1 ، 0: $-\;|\;+\;|\;-$ غ ق ق چون $k<0$ منفی است ، مورد قبول

اشتراک $=\varnothing$ → هیچ مقدار

۸

$y=x^3+ax^2+bx-1 \rightarrow y'=3x^2+2ax+b \rightarrow y''=6x+2a=0$

$x=-1$: $-6+2a=0 \rightarrow a=3$

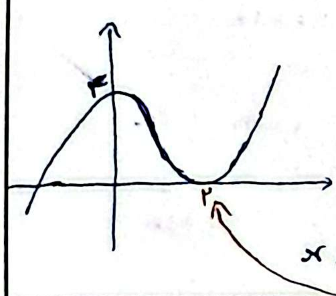
خط مماس در نقطه‌ی $(-1,-4)$ از منحنی عبور می‌کند پس این نقطه نقطه‌ی عطف تابع است

$f(-1)=-4 \Rightarrow x^3+3x^2+bx-1 \xrightarrow{x=-1} -1+3-b-1=-4 \rightarrow b=5$

$\dfrac{a}{b}=\dfrac{3}{5}$

۹

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c \xrightarrow{x=0} c=4$



$f'(x)=3x^2+2ax+b=0$ → $x=0 \rightarrow b=0$ ، $x=-\dfrac{2a}{3}$

$f\left(-\dfrac{2a}{3}\right)=0=-\dfrac{8a^3}{27}+\dfrac{4a^3}{9}+4=0 \rightarrow \dfrac{4a^3}{27}=-4 \rightarrow a^3=-27 \rightarrow a=-3$

$x=-\dfrac{2a}{3}=2$

۱۰

$f(x)=x^4-6x^2+5 \rightarrow f'(x)=4x^3-12x \longrightarrow f''(x)=12x^2-12=0$

$x=1 \rightarrow f(1)=0$ ، $x=-1 \rightarrow f(-1)=0$ → $D(1,0)$ ، $C(-1,0)$ ، $m_{CD}=0$

$-\sqrt{3}$ ، 0 ، $\sqrt{3}$: $-\;|\;+\;|\;-\;|\;+$ → -4 ، -4

$m_{AB}=0 \leftarrow$ $A(-\sqrt{3},-4)$ ، $B(\sqrt{3},-4)$

دو خط موازی بوده و زاویه‌ای باهم ندارند