۱) ○

۲) $y=x^2-1 \quad y'=2x \quad x_0=-x \quad x_1=\pm\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} \to -\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2} \to -\frac{3}{2}$

$f(\frac{1}{2})+f(-\frac{1}{2})=-\frac{3}{2}$ ○ $-\frac{3}{8}$

۳) $f(x)=\frac{a}{x^2-1} \quad (5,6,5) \quad (-1,-6,10) \quad f(0)=?$

$x=\frac{18}{3}=6 \quad f'=\frac{-2a}{(x^2-1)^2}=6 \to x=1 \to a=-3$

$\frac{a}{x^2-1}=6x-9 \to a=-3$ $\quad f(0)=\frac{-3}{9}=-\frac{1}{3}$ ○ $-\frac{1}{3}$

۴) $y=2x+b \quad y=\frac{x+a}{ax+1} \quad a-b=?$

$y'=2=\frac{1-a^2}{(ax+1)^2} \to x=1 \to \frac{1-a}{a+1}=2 \quad x=1 \to b=-1 \to a-b=\frac{3}{2}$ ○ $\frac{3}{2}$

۵) $f(x)=\sin x+\frac{1}{2}\cos x \quad g(x)=\frac{1}{2}\sin x \quad [0,\pi]$

$\frac{1}{2}\sin=\frac{1}{2}\cos \to \tan x=1 \to x=\frac{\pi}{4}$

$f'=\cos x-\frac{1}{2}\sin x=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$x=\frac{\pi}{4}-2$ ○

$y=\frac{\sqrt{2}}{4}x+(1-\frac{\pi}{4})\frac{\sqrt{2}}{4}$

$4x=1 \to x=-\frac{\sqrt{2}}{4}$

۶) $f(x)=2x^3-3x^2-12x+1 \quad f'(x)=6x^2-6x-12=0 \to x=2,-1$

$f(-1)=-2-3+12+1=8$

$f(2)=16-12-24+1=-19$

$6x^2-6x-12=-9 \to x^2-x=\frac{1}{2} \to x^2-x-\frac{1}{2}=0$

$\Delta>0$ ○ $-\frac{-12}{4}=3$ $\quad 1-(-1)=2$

$y = kx^3 + (k+1)x^2$

۷

۵

۸

$y = x^3 + ax^2 + bx - 1 \quad (-1, -4) \qquad \frac{a}{b} = ?$

$3x^2 + 2ax + b \to 6x + 2a \qquad 6x + 2a = 0 \to a = -3$

$a = 1$

$y = -1 + a - b - 1 = -4 \to a - b = -2 \to b = 5$

$\frac{-3}{5}$

۲

۱۰

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \qquad f(x) = 3x^2 + 2ax + b = 0 \to x(3x + 2a) = 0 \to x = -\frac{2a}{3}$

$x = 0 \to y = 4 \to c = 4$

$f(0) = 0 \to b = 0$

$-\frac{2a}{3} \times -3 = 2$

$\left(-\frac{2}{3}a\right)^3 + a\left(-\frac{2}{3}a\right)^2 + 4 = 0$

$\frac{-8}{27}a^3 + \frac{4}{9}a^2 + 4 = 0 \to a = -3$

۲

$x_{min} = 2$

۱۱

$f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$

عرض با طول مینیمم

$-\sqrt{5} \to A \to B$

$\sqrt{5}$

$f'(x) = 4x^3 - 12x = 4x(x^2 - 3)$

$f''(x) = 12x^2 - 12 \to 12x^2 - 12 = 0 \to x = \pm 1 \to C, D$

عرض با طول مینیمم

$m_{AB} = 0 \qquad m_{CD} = 0$

زاویه = ۰

۲

بردیا حاجی‌زاده

دوازدهم تجربی B

۱-

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=0 \rightarrow \lim_{x\to 0^+}\frac{\cos^3(2x)+ax^2+b}{x}=0 \rightarrow \lim_{x\to 0^+}\frac{1+b}{x}=0$$

$$\hookrightarrow \boxed{b=-1}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{f'(x)}{x}=2=\lim\frac{-6\sin(2x)\cos^2(2x)+2ax}{x}=2 \xrightarrow{\text{هوپیتال}}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{(-6\times 2x)+2ax}{x}=2 \rightarrow 2a-12=2 \rightarrow 2a=14 \rightarrow \boxed{a=7}$$

$$a+b=7-1=6$$

۷

$$y'=3kx^2+2(k+1)x \rightarrow y''=6kx+2(k+1)=0 \rightsquigarrow x=\frac{k+1}{-3k}$$

$$\frac{-(k+1)}{3k}<0 \rightarrow \frac{-1}{-1+2} \rightarrow \underset{1}{k<-1} \cup k>0$$

نقطه‌ای عطف دریافتیم است پس ←

$$\frac{-(k+1)}{3k}(k)+(k+1)>0 \rightarrow \frac{-(k+1)}{3}+k+1>0 \rightarrow \frac{2k+2}{3}>0 \rightarrow \underset{2}{k>-1}$$

$$1\cap 2 \rightarrow k>0$$

به ازای هیچ مقدار k صفر و صحیح جواب ندارد!