علی درخشان فر — ترتیب راه حل با (n) مشخص شده. — گروه B۰۲ — ص ۱۰-۲۷

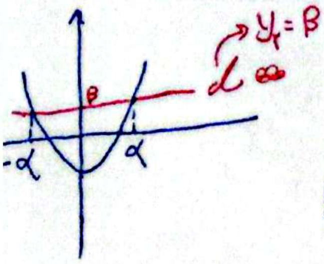
۱

(1) $\lim_{x\to 0^-} \frac{f'(x)}{x} = 2 \xrightarrow{Hop} \lim f''(x) = 2 \Longrightarrow -12\cos(2x)+2a=2 \Rightarrow a=7$

۱۸٫۵

۱

۲



(1) $y_1' = 2x \Longrightarrow 2\alpha = \frac{1}{2\alpha} \to 4\alpha^2 = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$

(2) $\alpha = \frac{1}{2} \Longrightarrow \beta = -\frac{3}{4} \Longrightarrow \boxed{2\beta = -1.5}$

۲

۳

(1) شیب خط $= \frac{18}{3} = 6$ (2) $f'(x) = \frac{-2a}{(2x-1)^2}$

(3) $6x-9 = \frac{a}{2x-1} = 12x^2-24x+9 = a \xRightarrow{\Delta=0} 576-48(9-a)=0$

$\xrightarrow{(4)} 576-432+48a=0 \Longrightarrow a=-3 \Longrightarrow f(5) = \frac{-3}{9} = \boxed{-\frac{1}{3}}$

۲

۴

(1) $y' = \frac{1-a^2}{(ax+1)^2} = 2 \longrightarrow 1-a^2 = 2a^2+2+4a \to 3a^2+4a+1=0 \Longrightarrow a \to a=-1,\ a=-\frac{1}{3}$

اگر منفی یک باشد تابع در x=1 تعریف نشده می‌شود

(2) $\frac{x-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}x+1} = 2x+b \xrightarrow{x=1} \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} = 2+b \Rightarrow b=-1$

(3) $\boxed{a-b = \frac{2}{3}}$

۲

۵

(1) $\sin x + \frac{1}{2}\cos x = \frac{3}{2}\sin x \Longrightarrow \sin x = \cos x \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$

(2) $f'(\frac{\pi}{4}) = \cos x - \frac{1}{2}\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ (3) $f(\frac{\pi}{4}) = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

$\frac{\sqrt{2}}{4} \times \frac{\pi}{4} + b = \frac{3\sqrt{2}}{4} \Longrightarrow \boxed{b = \frac{3\sqrt{2} - \pi\sqrt{2}}{4}}$

۱٫۵

۶

(1) $f'(x) = 6x^2-6x-12 = 6(x^2-x-2) = 6(x-2)(x+1)$

(2)

x		-1		2	
y'	+	0	−	0	+
y	↗		↘		↗

(3) $f(-1) = 8$, $f(2) = -19$ (4) شیب $AB = \frac{27}{3} = 9$ (5) $6(x^2-x-2) = 9$

$\longrightarrow 2x^2-2x-4=3$

(6) $\longrightarrow 2x^2-2x-7=0 \longrightarrow \Delta>0 \Longrightarrow$ ۲ نقطه

۲

۷

① $y''=0 \Rightarrow 6kx+2k+2=0$

$2k(3x+1)=-2$

$\Rightarrow x=\dfrac{-(k+1)}{3k}$

$x<0:\ \dfrac{-k+1}{3k}<0 \Rightarrow$

k		-1		0		$+1$	
ص	$+$		$+$			0	$-$
م	$-$		0	$+$		$+$	$+$
	$-$		$*$	$+$		0	$-$

② $x^2(kx+k+1)>0 \Rightarrow (kx+k+1)>0$

③ $\Rightarrow \dfrac{-(k+1)+3k+3}{3}>0 \Rightarrow 2(k+1)>0$

$\Rightarrow k>-1$

④ $\boxed{k:\ (-1,0)\cup(+1,+\infty)}$

به ازای هیچ مقدار صحیح و منفی k (مگر اینکه نقطه روی محور x ها +x و -x حساب باشد، در این صورت k=-1 می‌تواند باشد)

۲

۸

خط مماس بر منحنی در نقطه عطف از منحنی عبور می‌کند $\Longrightarrow$ ① $6x+2a=0 \rightarrow x=\dfrac{-a}{3} \rightarrow \dfrac{-a}{3}=-1$

$\Longrightarrow \boxed{a=3}$

② $f(-1)=-4 \Rightarrow -1+3-b-1=-4 \Rightarrow b=5$

$\boxed{\dfrac{a}{b}=\dfrac{3}{5}}$

۲

۹

① $f'(x)=3x^2+2ax+b \longrightarrow f'(0)=0 \Rightarrow b=0$ ② $f(0)=4 \Rightarrow c=4$

③ $f'(x)=3x^2+2ax \xrightarrow{f'(x)=0} 3x^2+2ax=0 \Rightarrow x(3x+2a)=0 \begin{cases} x=-\frac{2}{3}a \\ x=0 \end{cases}$

④ $f(-\frac{2}{3}a)=0 \Rightarrow \left(-\dfrac{2a}{3}\right)^3+a\left(-\dfrac{2a}{3}\right)^2+4=0 \Longrightarrow a=-3$

$\boxed{\text{طول مینیمم نسبی} = -\dfrac{2}{3}a = 2}$

۲

۱۰

~~$g=4x^3-12x \longrightarrow ...$~~

① $f'(x)=4x^3-12x=4x(x^2-3) \longrightarrow$ مینیمم‌های نسبی: $A\left|\begin{matrix}-\sqrt{3}\\+4\end{matrix}\right.$ ، $B\left|\begin{matrix}+\sqrt{3}\\+4\end{matrix}\right.$

② $f''(x)=12x^2-12 \Longrightarrow$ نقاط عطف: $C\left|\begin{matrix}-1\\0\end{matrix}\right.$ ، $D\left|\begin{matrix}+1\\0\end{matrix}\right.$

$\boxed{\text{دو خط برخورد ندارند موازی اند}}$

۲

$$\lim_{x\to0^+}\frac{f(x)}{x}=0 \longrightarrow \lim_{x\to0^+}\frac{\cos^3(2x)+ax^2+b}{x}=0 \longrightarrow \lim_{x\to0^+}\frac{1+b}{x}=0 \quad -1$$

$$\boxed{b=-1}$$

$$\lim_{x\to0^-}\frac{f'(x)}{x}=2=\lim\frac{-6\sin(2x)\cos^2(2x)+2ax}{x}=2 \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}}$$

$$\lim_{x\to0^-}\frac{(-6\times2x)+2ax}{x}=2 \longrightarrow 2a-12=2 \longrightarrow 2a=14 \longrightarrow \boxed{a=7}$$

$$a+b=7-1=6$$

$$f(x)=g(x) \longrightarrow \sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{3}{2}\sin x \longrightarrow \sin x=\cos x \xrightarrow{0\le x\le\pi} \quad -5$$

$$x=\frac{\pi}{4}$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt2}{2}+\frac{\sqrt2}{4}=\frac{3\sqrt2}{4}$$

$$f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \longrightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt2}{2}-\frac{\sqrt2}{4}=\frac{\sqrt2}{4}$$

معادله خط
برحسب $\frac{\pi}{4}$ $\longrightarrow$ $y-\frac{3\sqrt2}{4}=\frac{\sqrt2}{4}\left(x-\frac{\pi}{4}\right) \xrightarrow{y=0} \cancel{\frac{\sqrt2}{4}}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{3\cancel{\sqrt2}}{\cancel{4}} \longrightarrow \boxed{x=\frac{\pi}{4}-3}$