۱۵/۵

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۷... کلاس ...دوازدهم...

۱

$f'(x) = 3\cos^2(2x)\times(-2\sin(2x)) + 2ax$

$f(0) = 0 \Rightarrow 1 + b = 0 \Rightarrow b = -1$

$f''(x) = -12\sin(2x)\cos(2x)(-2\sin(2x)) + (-4\cos(2x))(3\cos^2(2x)) + 2a$

$f''(0) = 2 \Rightarrow -12 + 2a = 2$

$a = 7$

$a + b = 7 - 1 = 6$ (۱/۵)

۲

$a\left|\begin{matrix}\alpha \\ \alpha^2-1\end{matrix}\right.$, $b\left|\begin{matrix}\beta \\ \beta^2-1\end{matrix}\right.$

$a\left|\begin{matrix}\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2}\end{matrix}\right.$ $\quad b\left|\begin{matrix}-\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2}\end{matrix}\right.$

$2a = \frac{-1}{2\beta}$

$\frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{-b}{2a} = 0 \Rightarrow \alpha = -\beta$

$\beta = \frac{1}{4\beta} \Rightarrow \beta = \pm\frac{1}{2}$

$(-\frac{1}{2})\times 2 = -1$ ✓

۳

شیب خط عمود: $\frac{1}{3} = 9$

معادله خط مماس: $y - 4x$

$4x - 9 = \frac{a}{2x-1} \Rightarrow a = 12x^2 - 24x + 9$

$4 = \frac{-2a}{(2x-1)^2} \Rightarrow a = -4x^2 + 12x - 3$

$\Rightarrow 18x^2 - 36x + 12 = 0$ (۱/۵)

۴

$f(x) = \frac{x - \frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}x + 1}$

$f(1) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$ ✓

$a - b = \frac{1}{2}$

$y(1) = 2 + b \Rightarrow b = -1$

$f'(x) = \frac{1 - a^2}{(ax+1)^2}$

$f'(1) = 2 \Rightarrow \frac{1-a^2}{(a+1)^2} = 2 \Rightarrow 1 - a^2 = 2a^2 + 4a + 2$

$3a^2 + 4a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$ (از ۲ ضابطه $\Rightarrow y = 4$ ثابت) $\quad a = -\frac{1}{3}$

۵

$\sin x + \frac{1}{2}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x$

$\cos x = \sin x \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$

$y = \frac{\sqrt{2}}{4}x + b \quad a\left|\frac{\pi}{4}\right. \Rightarrow b = \frac{-\pi\sqrt{2}}{16} + \frac{3\sqrt{2}}{4}$

طول از مبدأ مختصات: $\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}$ ✓

$f'(x) = \cos x - \frac{1}{2}\sin x \rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

$f(\frac{\pi}{4}) = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

$f'(x) = 9x^2 - 9x - 12 \rightarrow 9x^2 - 9x - 12 = -9$

$3x^2 - 3x - 1 = 0 \rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ دو نقطه

A $\begin{vmatrix} -1 \\ 8 \end{vmatrix}$ B $\begin{vmatrix} 2 \\ -19 \end{vmatrix}$ $\Big\}\ m_{AB} = \frac{8+19}{-1-2} = -9$

۶

$f'(x) = 3kx^2 + 2kx + 2x$

$\Delta > 0 \Rightarrow -6k^2 + 8k + 4 > 0$

$S < 0 \Rightarrow \frac{-2k-2}{2k} < 0$

	-1		0	
	$-$	$+$	$+$	$-$

۷

$-4 = -1 + a - b - 1 \Rightarrow a - b = -2$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$f'(-1) = 0 \Rightarrow 3 - 2a + b = 0 \Rightarrow b - 2a = -3$

$\Big\} \Rightarrow a = 5,\ b = 7$

$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$

۸

$C = 4$

$3x^2 + 2ax + b = f'(x)$

$f'(1) = 0 \Rightarrow b = 0$

$S = \frac{-2a}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{-2a}{3},\ \beta = 0$

$f\left(\frac{-2a}{3}\right) = \frac{-8a^3}{27} - \frac{2a^3}{3} + 4 = 0$

$-26a^3 + 108 = 0$

۹

۱۰

۱

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=0 \to \lim_{x\to 0^+}\frac{\cos^3(2x)+ax^2+b}{x}=0 \to \lim_{x\to 0^+}\frac{1+b}{x}=0$$

$$\hookrightarrow \boxed{b=-1}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{f'(x)}{x}=2=\lim_{x\to 0^-}\frac{-4\sin(2x)\cos^2(2x)+2ax}{x}=2 \xrightarrow{\text{هوپیتال}}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{(-4\times 2x)+2ax}{x}=2 \to 2a-12=2 \to 2a=14 \to \boxed{a=7}$$

$$a+b=7-1=6$$

۳

$$m=\frac{4-(-12)}{2.5-(-1.5)}=\frac{16}{3}=4 \to y=4x-9$$

$$\frac{a}{2x-1}=4x-9 \to 12x^2-24x+9-a=0 \xrightarrow{\Delta=0} 24^2-4(12)(9-a)=0 \to 12-9+a=0$$

$$\hookrightarrow a=-3$$

$$f(5)=\frac{-3}{2(5)-1}=\frac{-3}{9}=-\frac{1}{3}$$

۷

$$y'=3kx^2+2(k+1)x \to y''=6kx+2(k+1)=0 \leadsto x=\frac{k+1}{-3k}$$

1

$$\frac{-(k+1)}{3k}<0 \to \frac{-1}{-1+2} \to k<-1 \text{ یا } k>0$$

نقطه‌ای عطف درنظیه‌م است پس ←

2

$$\frac{-(k+1)}{3k}(k)+(k+1)>0 \to \frac{-(k+1)}{3}+k+1>0 \to \frac{2k+2}{3}>0 \to k>-1$$

$$1\cap 2 \to k>0$$

به ازای هیچ مقدار k منفی وصیم جواب ندارد!

۸

$$\text{عطف } x=-\frac{b}{3a}=\frac{-a}{3} \to x=-\frac{a}{3} \to \frac{-a}{3}=-1 \to a=3$$

$$f(-1)=-4 \to -1+3-b-1=-4 \to b=-5$$

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{a}{b}=\frac{3}{5} \end{array}\right.$$

۹

$f(0)=4 \rightarrow c=4$

$f'(x)=0 \rightarrow 3x^2+2ax+b=0 \rightarrow b=0$

$f'(x)=3x^2+2ax \rightarrow x(3x+2a)=0 \Rightarrow x=0$

$\hookrightarrow x=-\frac{2a}{3}$

x		0		$-\frac{2a}{3}$
y'	$+$		$-$	$+$
y	$\uparrow$		$\searrow$	$\uparrow$
			min	

$f(-\frac{2a}{3})=0 \rightarrow -\frac{8a^3}{27}+\frac{4a^3}{9}+4=0 \rightarrow a^3=-27 \rightarrow a=-3$

$x=-\frac{2a}{3}=-\frac{2(-3)}{3}=2$

۱۰

$f'(x)=4x^3-12x \rightarrow f'(x)=0 \rightarrow 4x(x^2-3)=0 \overset{x\neq 0}{\rightarrow} x=\pm\sqrt{3}$

x		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\searrow$	min	$\uparrow$	max	$\searrow$	min	$\uparrow$

نقاط $A(-\sqrt{3},-4)$ و $B(\sqrt{3},-4)$ ← نقاط min نسبی تابع هستند و شیب خط AB صفر است

$f''(x)=12x^2-12 \rightarrow x=\pm 1 \rightarrow$ ($f''=0$)

نقاط $C(1,0)$ و $D(-1,0)$ نقاط عطف هستند و شیب این

یا دو خط نیز صفر است پس AB و CD موازی و زاویه بین این دو صفر است