Date:

Page:

امیرحاشیه

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=0 \Rightarrow f(0)=0 \Rightarrow b=0$$

$$f'(x)=3\cos^2(2x)(2\sin 2x)+2ax=-4\frac{(1-\sin^2 2x)(\sin 2x)}{\sin 2x-\sin^3 2x}+2ax$$

$$=4\sin^3 2x-4\sin 2x+2ax$$

$$f''(x)=12\sin^2 2x\times 2\cos 2x-12\cos 2x+2a$$

$$\lim_{x\to 0^+} f''(x)=-12+2a=2 \longrightarrow \boxed{a=5} \Rightarrow a+b=6$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(x_A)=2x_A \\ f'(x_B)=2x_B \end{array}\right\} \begin{array}{l} m_1 m_2=-1 \\ 2x_A\cdot 2x_B=-1 \end{array}$$

اول $m_1=$ شیب نیم‌خط
دوم $m_2=$ شیب نیم‌خط دوم

$$\Rightarrow x_A x_B=-\frac{1}{4}$$

و می‌دانیم چون فقط $x=0$ خودتقارن سهمی است $\Leftarrow x_A=-x_B$ ،

$$x_A(-x_B)=-\frac{1}{4} \longrightarrow -x_A^2=-\frac{1}{4} \xrightarrow[x_A<0]{} x_A=-\frac{1}{2},\ x_B=\frac{1}{2}$$

$$f(x_A)=f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{3}{4}$$

$$f(x_B)=f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow -\frac{6}{4}-\frac{2}{4}=-1{,}5$$

$$m=\frac{18}{3}=6 \Rightarrow y'=6 \Rightarrow f'(x)=\frac{-a\times 2}{(2x-1)^2}=6$$

$$y=6x-9 \longrightarrow 6x-9=\frac{a}{2x-1} \Rightarrow 12x^2-18x+9=a \Rightarrow \frac{-6(4x^2-8x+3)}{4x^2-4x+1}=6 \Rightarrow$$

$$f(1)=-\frac{a}{1}=-3 \Rightarrow a=-3$$

$\Leftarrow (1,-6)$ نقطه مورد نظر

$$\Rightarrow f'(0)=\frac{-1}{2}$$

$$y'=\frac{1\times(ax+1)-a(x+a)}{(ax+1)^2}=2 \longrightarrow \frac{1-a^2}{(ax+1)^2}=2 \Rightarrow (a+1)(3a+1)=0$$

$$a=-\frac{1}{3}\ \checkmark$$

$$y=\frac{x-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}x+1}=\frac{3x-1}{x+3} \Rightarrow y+2$$

$$a-b=\left(\frac{7}{3}\right) \longrightarrow 1=2+b \longrightarrow y=2x+b$$

(ARGHAVAN)

(۵)

$\sin x + \frac{1}{2}\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x \longrightarrow \sin x \cos x \longrightarrow x = \frac{\pi}{3}$

$M(\frac{\pi}{3}, \frac{3\sqrt{3}}{4})$

$f'(x) = \cos x - \frac{1}{2}\sin x \Rightarrow f'(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{4}$

(۲)

$y - \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}(x - \frac{\pi}{3}) \xrightarrow{y=0} x = \frac{\pi}{3} - 3$

(۹)

$f'(x) = 4x^3 - 4x - 12 = 0 \longrightarrow x = -1$, $x = 2$

$\text{cont} \begin{cases} (-1, 8) \\ (2, -19) \end{cases}$ $m_{AB} = -9$

$4x^3 - 4x - 12 = -9 \longrightarrow 4x^3 - 4x - 3 = 0$ (۲) جواب $x > 0$

(۷)

$y' = 3k^2 + 2(k+1)x \longrightarrow y'' = 6kx + 2(k+1) = 0$

$6kx + 2k + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-k-1}{3k} < 0$ (۱)

	-1		0	
$k > 0$	$-$	0	$+$	
$k < -1$	$+$	0	$-$	

عرض نقطه عطف باید مثبت باشد. $f(\frac{-k-1}{3k}) > 0$

$k(\frac{-k-1}{3k})^3 + (k+1)(\frac{-k-1}{3k})^2 > 0 \Rightarrow -k > -1 \Rightarrow k < 1$

$0 < k < 1$ هیچ مقدار صحیح وجود ندارد (۰)

(۸)

$M(-1, -2) \longrightarrow f(-1) = -1 + a - b - 1 = -2 \Rightarrow a - b = -2$

$\hookrightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \longrightarrow -2 = 3 - 2a + b \longrightarrow b - 2a = -5$

$\frac{a}{b} \begin{cases} 9 \\ 11 \end{cases} \longrightarrow \begin{matrix} a = 9 \\ b = 11 \end{matrix}$ (۱۷)

(۹)

$f(0) = 4 \longrightarrow f(x) = ax^3 + bx^2 + 4$ $f'(x) = 3x^2 + 2ax - f(0) = 0$

$\Rightarrow b = 0 \longrightarrow f(x) = x^3 + ax^2 + 4$ $f'(x) = x(3x + 2a)$ $f'(x) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{2}{3}a \end{cases}$

$f(-\frac{2}{3}a) = 0 \longrightarrow -(\frac{2a}{3})^3 + a(-\frac{2a}{3})^2 + 4 = 0 \longrightarrow a = -3$ (۵)

$x = -\frac{2a}{3}$ (۷)

۱

$\lim_{x\to0^+}\frac{f(x)}{x}=0 \to \lim_{x\to0^+}\frac{\cos^3(2x)+ax^2+b}{x}=0 \to \lim_{x\to0^+}\frac{1+b}{x}=0$ ↳ $\boxed{b=-1}$

$\lim_{x\to0^-}\frac{f'(x)}{x}=2=\lim\frac{-6\sin(2x)\cos^2(2x)+2ax}{x}=2$ $\xrightarrow{\text{هم‌ارزی}}$

$\lim_{x\to0^-}\frac{(-6\times2x)+2ax}{x}=2 \to 2a-12=2 \to 2a=14 \to \boxed{a=7}$

$a+b=7-1=6$

۸

عطف $x=-\frac{b}{3a}=\frac{-a}{3} \to x=-\frac{a}{3} \to \frac{-a}{3}=-1 \to a=3$

$f(-1)=-4 \to -1+3-b-1=-4 \to b=-5$

$\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$

۱۰

$f'(x)=4x^3-12x \to f'(x)=0 \to 4x(x^2-3)=0$ → $x=0$ یا $x=\pm\sqrt{3}$

x		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
y'	−	0	+	0	−	0	+
y	↘	min	↗	max	↘	min	↗

← نقاط $A(-\sqrt{3},-4)$ و $B(\sqrt{3},-4)$ نقاط min نسبی تابع هستند و شیب خط AB صفر است

$f''(x)=12x^2-12 \xrightarrow{f''=0} x=\pm1 \to$

نقاط $C(1,0)$ و $D(-1,0)$ نقاط عطف هستند و شیب این

پاره‌خط نیز صفر است پس AB و CD موازی‌اند و زاویه‌ی بین این دو صفر است