آیین غفتری لسوادکوهی

۱-

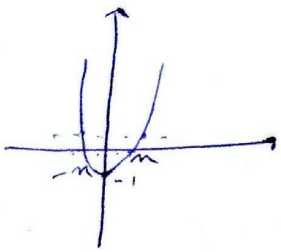
$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = 0 \Rightarrow b=0$

$f'(x) = 2\times 2\times \cos(2x)\times(-\sin 2x) + 2a$ $\xrightarrow{x=0}$ $f'(0)=0$

$\lim \frac{f(x)-f'(0)}{x-0} = 2$ $f''(0)=2$ $f''(x) = \dots(-\sin 2x)\dots + 2a$

$f'(0) = 2 = 2a \Rightarrow a=1$ (۱)

۲-



$f(x)=x^2-1$ $f'(x)=2x$ $2ax-2x=-1$ $-2x^2=-1$ $x=\frac{1}{2}$ $,-\frac{1}{2}$

$x=\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}-1=\frac{2}{2}$

$x=-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}-1=\frac{2}{2}$

$\frac{2}{2}+\frac{2}{2}=\frac{4}{2}=2$ (۲)

۳-

(۵)

۴-

$y=2x+b \Rightarrow y'=2$

$y=\frac{x+a}{ax+1} \Rightarrow y'=\frac{1-a^2}{(ax+1)^2}$ $\xrightarrow{x=1}$ $\frac{1-a^2}{(a+1)^2}=\frac{1-a}{1+a}=2$

$1-a=2+2a$ $a=-\frac{1}{2}$

$x=\frac{1}{2}$ $\xrightarrow{x=1}$ $\frac{2}{2}=1$ $2x+b=1 \xrightarrow{x=1} b=-1$

$a-b=-\frac{1}{2}+1=\frac{2}{2}$ (۲)

۵-

(۵)

$f(m) = 2m^3 - 3m^2 - 12m + 1 \rightarrow f'(m) = 6m^2 - 6m - 12 = 6(m-2)(m+1)$ — ۶

	-1		2	
	+	-		+
	↗	↘		↗

$\frac{\Delta y}{\Delta m} = \frac{27}{-2} = -9$ ۴

$6m^2 - 6m - 12 = -9 \rightarrow 6m^2 - 6m + 3 = 0$

$(2m-1)^2 = 0 \leftarrow m = -\frac{1}{2}$ ۵

۷ — ۵

$y = m^2 + am^2 + bm - 1$

$y' = 2m^2 + 2am + b$

$y' = 6m + 2a = 0 \rightarrow 6m = -2a \rightarrow m = -\frac{a}{3} = -1 \quad a = 3$ ۳

$y = m^2 + am^2 + bm - 1 \xrightarrow{m=-1, y=-4} -4 = (-1)^2 + 3(-1)^2 + b(-1) - 1 \rightarrow -1 + 3 - b - 1 = -4$

$b = 6$

$a + b = 3 + 6 = 9$

۱-

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=0 \to \lim_{x\to 0^+}\frac{\cos^3(2x)+ax^2+b}{x}=0 \to \lim_{x\to 0^+}\frac{1+b}{x}=0$$

$$\hookrightarrow \boxed{b=-1}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{f'(x)}{x}=2=\lim\frac{-4\sin(2x)\cos^2(2x)+2ax}{x}=2 \xrightarrow{\text{هوپیتال}}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{(-4\times 2x)+2ax}{x}=2 \to 2a-12=2 \to 2a=14 \to \boxed{a=7}$$

$$a+b=7-1=6$$

۳-

$$m=\frac{4-(-12)}{2.5-(-1.5)}=\frac{16}{3}=4 \to y=4x-9$$

$$\frac{a}{2x-1}=4x-9 \to 12x^2-24x+9-a=0 \xrightarrow{\Delta=0} 24^2-4(12)(9-a)=0 \to 12-9+a=0$$

$$\hookrightarrow a=-3$$

$$f(5)=\frac{-3}{2(5)-1}=\frac{-3}{9}=-\frac{1}{3}$$

۵-

$$f(x)=g(x) \to \sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x \to \sin x=\cos x \xrightarrow{0\le x\le\frac{\pi}{2}} x=\frac{\pi}{4}$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \to f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

معادله خط با شیب $\frac{\sqrt{2}}{4}$ $\to y-\frac{3\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}\left(x-\frac{\pi}{4}\right) \xrightarrow{y=0} \frac{\sqrt{2}}{4}\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\frac{3\sqrt{2}}{4} \to \boxed{x=\frac{\pi}{4}-3}$

۷-

$$y'=3kx^2+2(k+1)x \to y''=6kx+2(k+1)=0 \rightsquigarrow x=\frac{k+1}{-3k}$$

$$\frac{-(k+1)}{3k}<0 \to \frac{-1}{-1+2} \to k<-1 \text{ یا } k>0$$ (1)

نقطه‌ای عطف در نامنفی نیست پس ←

$$\frac{-(k+1)}{3k}(k)+(k+1)>0 \to \frac{-(k+1)}{3}+k+1>0 \to \frac{2k+2}{3}>0 \to k>-1$$ (2)

$1\cap 2 \to k>0$

به ازای هیچ مقدار k منفی وصیم جواب ندارد!

۹

$f(0)=۴ \rightarrow c=۴$

$f'(x)=0 \rightarrow ۳x^۲+۲ax+b=0 \rightarrow b=0$

$f'(x)=۳x^۲+۲ax \rightarrow x(۳x+۲a)=0 \begin{cases} x=0 \\ x=-\frac{۲a}{۳} \end{cases}$

x		0		$-\frac{۲a}{۳}$
y'	$+$		$-$	$+$
y	↑		↘	↑
			min	

$f(-\frac{۲a}{۳})=0 \rightarrow -\frac{۸a^۳}{۲۷}+\frac{۴a^۳}{۹}+۴=0 \rightarrow a^۳=-۲۷ \rightarrow a=-۳$

$x=-\frac{۲a}{۳}=-\frac{۲(-۳)}{۳}=۲$

۱۰

$f'(x)=۴x^۳-۱۲x \rightarrow f'(x)=0 \rightarrow ۴x(x^۲-۳)=0 \xrightarrow{x\neq 0} x=\pm\sqrt{۳}$

x		$-\sqrt{۳}$		0		$\sqrt{۳}$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↘	min	↑	man	↘	min	↑

نقاط $A(-\sqrt{۳},-۵)$ و $B(\sqrt{۳},-۵)$ نقاط min نسبی تابع هستند و شیب خط AB صفر است ←

$f''(x)=۱۲x^۲-۱۲ \xrightarrow{f''=0} x=\pm ۱ \rightarrow$

نقاط $C(۱,۰)$ و $D(-۱,۰)$ نقاط عطف هستند و شیب این

یا روی خط نیز صفر است پس AB و CD موازی و زاویه بین این دو صفر است