

۲. آخرین ضمیمه عالی نوشتی!

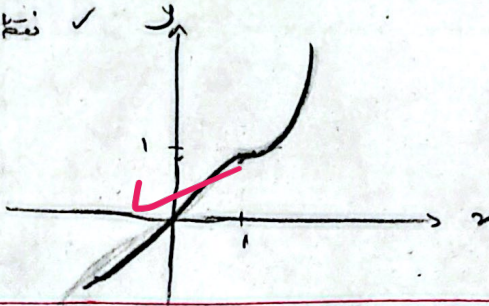
الف) $y = x^3 - 3x^2 + 3x \rightarrow y' = 3x^2 - 6x + 3 = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow x = 1$ (1)

$f(1) = 1 - 3 + 3 = 1$ - نقطه بجزئی [1] ✓

ب)

x	1
F'	+ 0 +
F	↗ ↘

①



$Df = \mathbb{R}$

الف) $y = \frac{-x^3 + 4}{x^2} \rightarrow y' = \frac{(-3x^2)(x^2) - (-x^3 + 4)(2x)}{x^4} = \frac{-3x^4 + 2x^4 - 8x}{x^4} = \frac{-x^4 - 8x}{x^4}$ (2)

$y' = \frac{-x^4 - 8x}{x^4} = \frac{-x(x^3 + 8)}{x^4} \rightarrow f'(x) = \frac{-x^3 - 8}{x^3} = 0 \rightarrow x = -2$ ✓ نقطه بجزئی (مستقیم طرفه است)

مستقیم نقطه است $x = 0$ ✓
نقطه بجزئی [-2] ✓
 $Df = \mathbb{R} - \{0\}$ ✗
بجزئی نیست چون در دامنه تابع وجود ندارد!!

ب) $y = \frac{x^3}{x^2 - 1} \rightarrow y' = \frac{(3x^2)(x^2 - 1) - (x^3)(2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{3x^4 - 3x^2 - 2x^4}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2}$ (3)

$f'(x) = \frac{x^2(x^2 - 3)}{(x^2 - 1)^2} = 0$

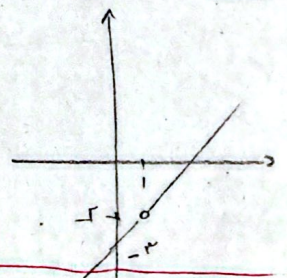
- $x = 0$ ✓ نقطه بجزئی
- $x = \pm\sqrt{3}$ ✓ طول نقطه بجزئی
- $x = \pm 1$ ✗ در دامنه تابع نیست.

$Df = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$ ✗
بجزئی نیست!!

الف) $y = \frac{-x^2 + 4x + 1}{x - 1} \rightarrow y' = \frac{(-2x + 4)(x - 1) - (-x^2 + 4x + 1)(1)}{(x - 1)^2} = \frac{-2x^2 + 4x + 4x - 4 + x^2 - 4x - 1}{(x - 1)^2} = \frac{-x^2 + 4x - 5}{(x - 1)^2}$ (4)

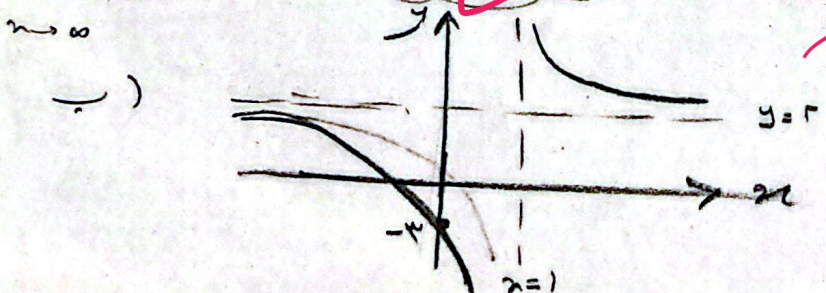
$y' = \frac{-x^2 + 4x - 5}{(x - 1)^2}$ ✗ نقطه آکسترم ندارد
بجزئی است تابع آکسترمی مستقیم صافه مستقیم
 $Df = \mathbb{R} - \{1\}$

ب) $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x - 3)}{x - 1} = x - 3$ ✓
 $Df = \mathbb{R} - \{1\}$
 $y' = 1$



الف) $y = \frac{2x + 3}{x - 1} \rightarrow x - 1 = 0$ ✗ محاسبه تمام $x = 1$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{x - 1} = 2$ ✓ محاسبه افقی $y = 2$

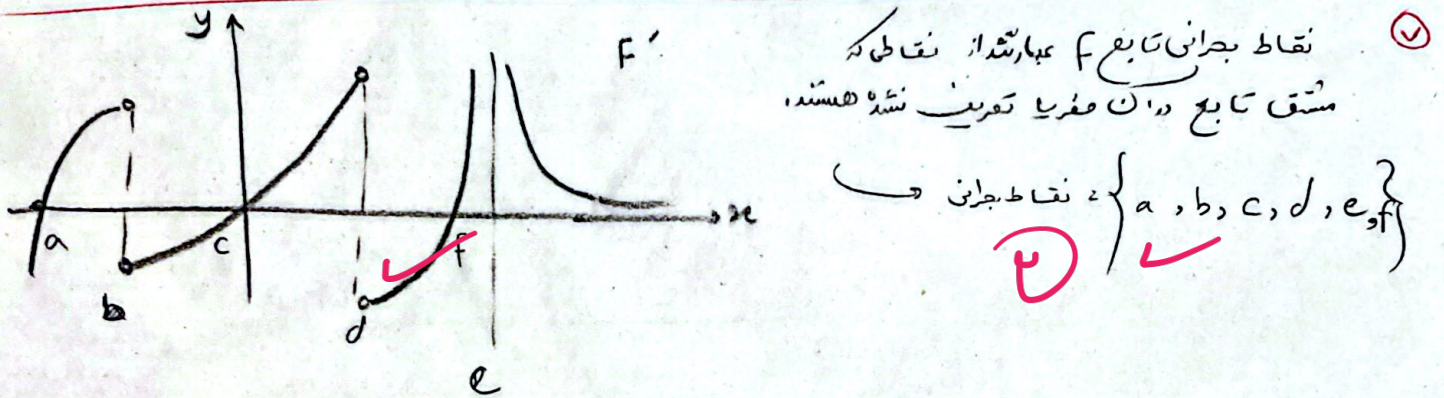
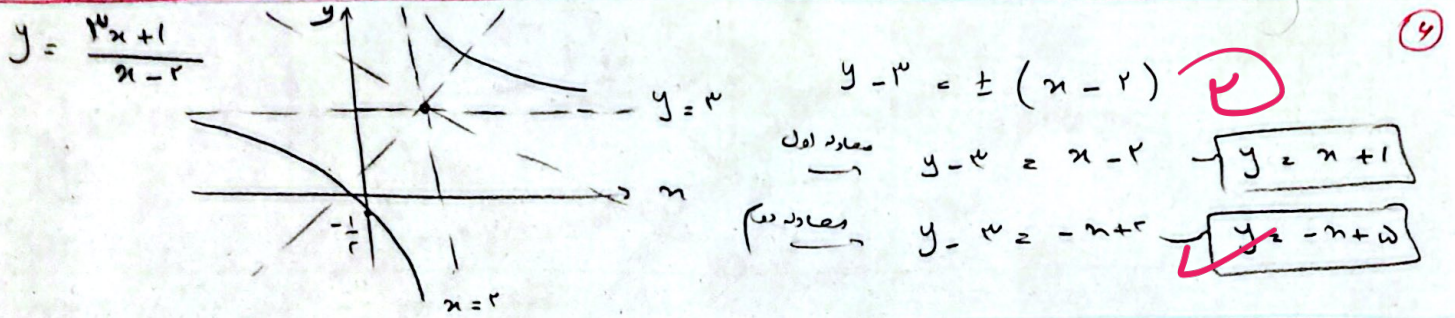


آکسترم ندارد. ✗

از هر ع فضای می گذرد.

الف) $y = \frac{ax + \epsilon}{x - b}$ (جانب نامم $x = 2$) $\left\{ \begin{matrix} a = 3 \\ b = 2 \end{matrix} \right.$ $y = 3$ (جانب المق $y = 3$) $(2, 3)$ مرکز ثقل

ب) $y = \frac{3x + \epsilon}{x - 2}$ $\rightarrow x = \frac{3y + \epsilon}{y - 2}$ $\rightarrow xy - 2x = 3y + \epsilon$ $\rightarrow xy - 3y = 2x + \epsilon$ $\rightarrow y(x - 3) = 2x + \epsilon$ $\rightarrow F^{-1}(y) = \frac{2x + \epsilon}{x - 3}$



ب) مانند شکل فرض روی نمودار تابع F بایزیک معادله درجه ۲ دارای $\Delta > 0$ باشد که وقتی قدر مطلق a دور از آن می آید، دارای دو نقطه گوینده ای دید مستمر بشود \rightarrow در نتیجه $\Delta > 0$ $\rightarrow a^2 - 4 > 0$

$\rightarrow a > 2\sqrt{2} \text{ یا } a < -2\sqrt{2}$

تابع بحرانی برای آن a (تعریف بشود)

$y = x^2 + ax + b$ $\rightarrow 4 - 2a + b = 0$ $\rightarrow \begin{cases} 2a - b = 4 \\ 1 + a + b = 0 \end{cases}$ $\rightarrow \begin{cases} 2a = 3 \\ a = 1, b = -2 \end{cases}$

$\rightarrow y = x^2 + x - 2$ $\rightarrow f(x) = (x^2 + x - 2)^2$

① $F'(x) = 2(x^2 + x - 2)(2x + 1)$

② $g(x) = (x^2 + x - 2)^3$ $\rightarrow g'(x) = 3(x^2 + x - 2)^2(2x + 1)$

$x = -\frac{1}{2}$ \leftarrow طرف میبیم نیست F

$x = -\frac{1}{2}$ \leftarrow طرف میبیم نیست g

x	-2	$-\frac{1}{2}$	1
F'	-	+	-
F	↘	↗	↘

x	-2	$-\frac{1}{2}$	1
g'	-	-	+
g	↘	↘	↗

$|-\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2})| = 0$ \rightarrow \textcircled{D} \checkmark

$$y = \frac{x^2 + 2}{x^2 + x + 2} \rightarrow y' = \frac{(2x)(x^2 + x + 2) - (2x + 1)(x^2 + 2)}{(x^2 + x + 2)^2} = \frac{\cancel{2x^3} + 2x^2 + \cancel{4x} - \cancel{2x^3} - \cancel{4x} - 2x^2 - 2}{(x^2 + x + 2)^2} \quad (9)$$

$$\rightarrow y' = \frac{x^2 - 2}{(x^2 + x + 2)^2}$$

صواب = صواب

x	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
y'	+ 0 -	0 +
y	↗	↘

Max = $\left[\begin{array}{c} -\sqrt{2} \\ \frac{2}{2-\sqrt{2}} \end{array} \right]$

Min = $\left[\begin{array}{c} \sqrt{2} \\ \frac{2}{2+\sqrt{2}} \end{array} \right]$

حاصل ضرب
مقادیر
Max, Min

$$\frac{2}{2+\sqrt{2}} \times \frac{2}{2-\sqrt{2}} = \frac{4}{4-2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \checkmark$$