۱) الف)

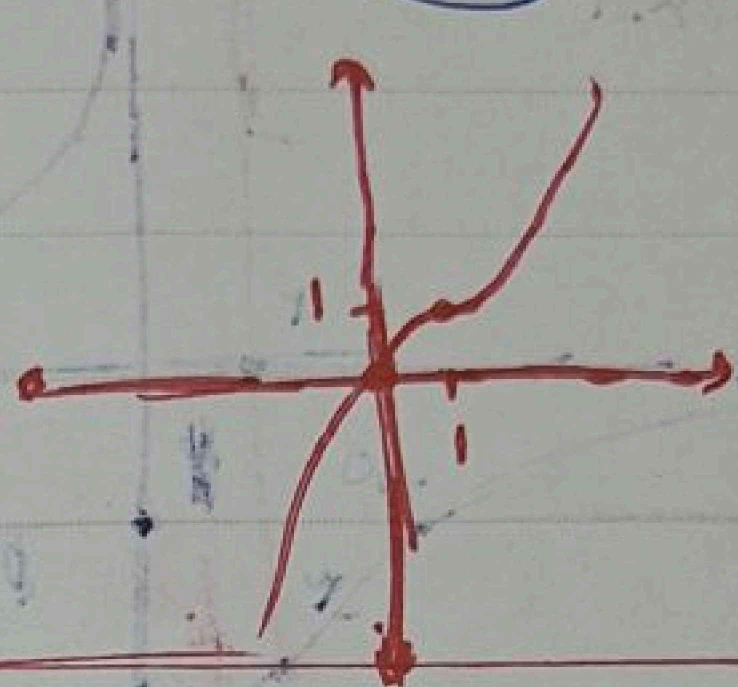
$y=x^3-3x^2+3x \to y'=3x^2-6x+3$

نقطه بحرانی = نقطه‌ای که مشتق در آن صفر است یا تعریف نشده. ← مشتق در همه جای این تابع تعریف شده پس تنها جایی که $y'=0$ است را حساب می‌کنیم.

$3x^2-6x+3=0 \Rightarrow x^2-2x+1=0 \Rightarrow (x-1)^2=0 \to x=1$

ب)

$f(1)=1 \quad f'(1)=0 \quad f'(x)\begin{cases} x>1 \Rightarrow + \\ x<1 \Rightarrow + \end{cases}$



۲) الف)

$y=\frac{-x^3+4}{x^2} \to y'=\frac{-3x^2(x^2)-2x(-x^3+4)}{x^4}=\frac{-x^4-8x}{x^4}=\frac{-x^3-8}{x^3}$

ولی نقطه بحرانی نیست چون تابع هم ← مشتق تعریف نشده ← $x=0$
در $x=0$ تعریف نشده

$-x^3-8=0 \Rightarrow x^3=-8 \Rightarrow x=-2$

ب)

$y=\frac{x^3}{x^2-1} \Rightarrow y'=\frac{3x^2(x^2-1)-2x(x^3)}{(x^2-1)^2}=\frac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2}=\frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$

تابع در ±1 تعریف نشده

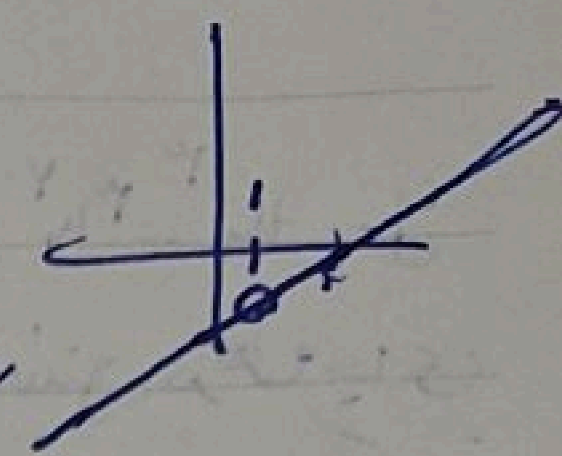
$x=0$ و $\boxed{x=\pm\sqrt{3}}$

۳) الف)

$y=\frac{-x^2+4x+1}{x-1} \Rightarrow y'=\frac{(-2x+4)(x-1)-1(-x^2+4x+1)}{(x-1)^2}=$

$\frac{-2x^2+2x+4x-4+x^2-4x-1}{(x-1)^2}=\frac{-x^2+2x-5}{(x-1)^2} \leftarrow \Delta<0 \to$ تابع اکسترمم ندارد و صعودی مطلق است

ب) $y=\frac{x^2-4x+3}{x-1}=\frac{(x-1)(x-3)}{x-1}=x-3$

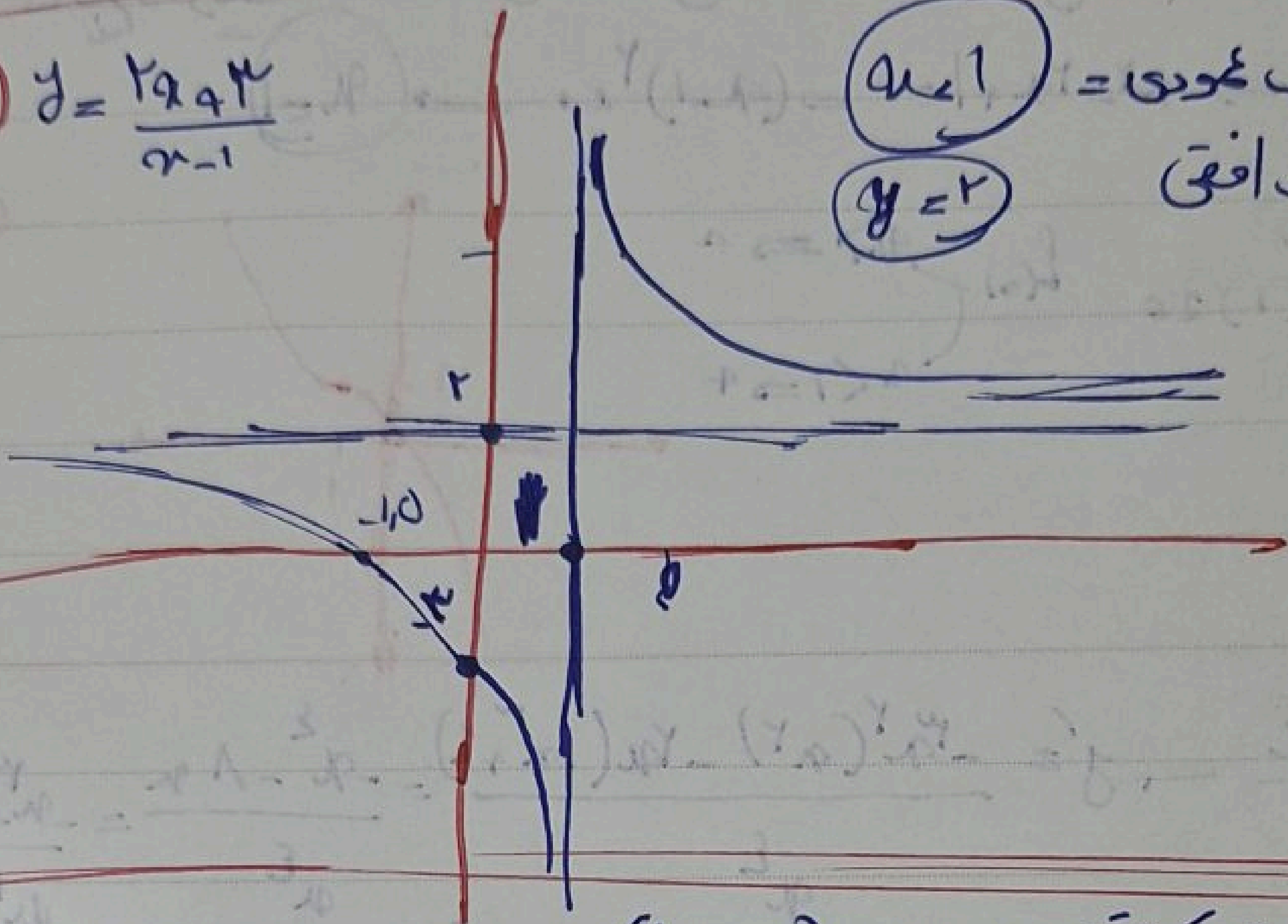


۱ اکسترمم نسبی نداره

۴) الف) $y=\frac{2x+3}{x-1}$

مجانب عمودی = $x=1$

مجانب افقی $y=2$



از تمام نواحی می گذرد

۵) $y=\frac{ax+4}{x-b} \Rightarrow$ مختصات مرکز تقارن = (b, a)

$b \downarrow 2$, $a \downarrow 3$

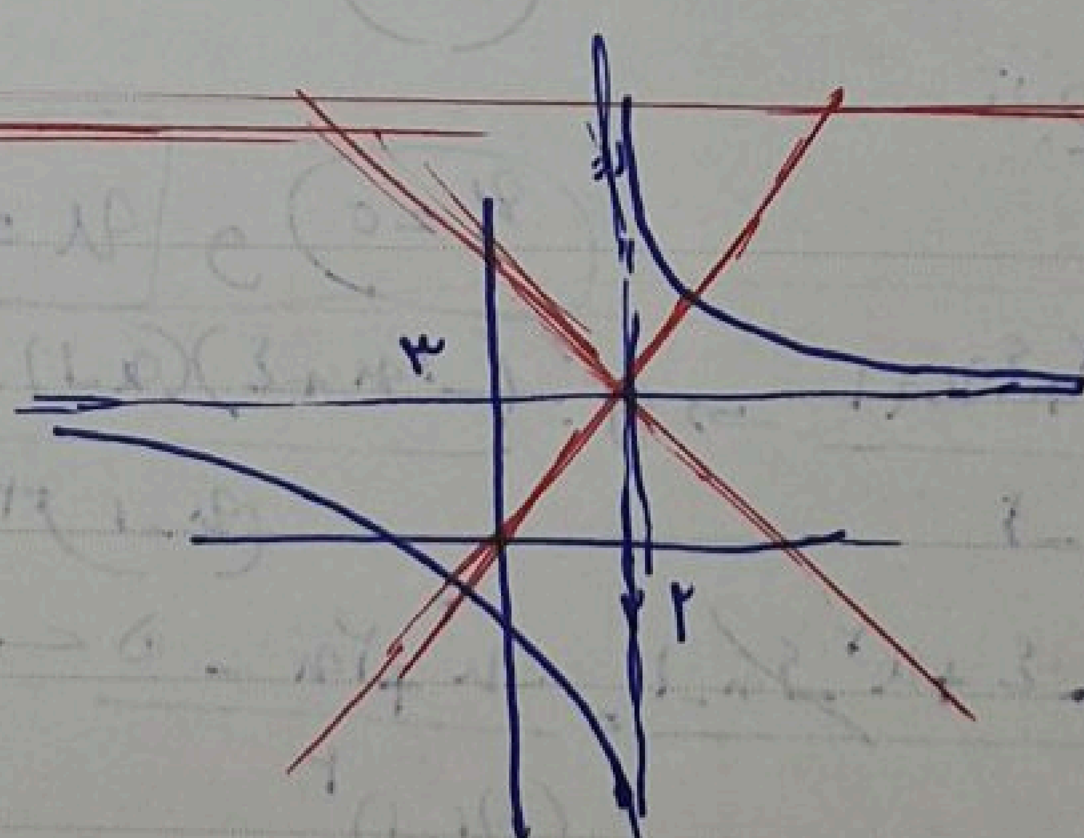
$y=\frac{3x+4}{x-2} \Rightarrow yx-2y=3x+4 \Rightarrow x(3-y)=-4-2y \Rightarrow x=\frac{-4-2y}{3-y}$

$f^{-1}(x)=\frac{-2x-4}{3-x}$

۶) $y=\frac{3x+1}{x-2}$

$\boxed{y=x+1}$

$\boxed{y=-x+5}$



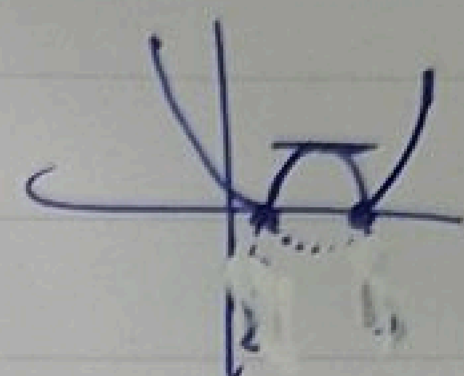
Date:

Page:(   )

۷) نقطه بحرانی ← $f'=0$ ← ۳ نقطه

نقاط عطف ← $f''=0$ ← ۳ نقطه

۸) $y=|x^2-ax+2|$



تابع زیر قدرمطلق باید $\Delta>0$ داشته باشد ← $a^2-4(1)(2)>0 \Rightarrow a^2>8$

$a>2\sqrt2$ یا $a<-2\sqrt2$

۹) $y=\dfrac{x^2+2}{x^2+x+2}$ $\quad x=+\infty \Rightarrow y=1$ $\quad x=-\infty \Rightarrow y=1$

$y'=0 \Rightarrow \dfrac{2x(x^2+x+2)-(2x+1)(x^2+2)}{(x^2+x+2)^2} \Rightarrow \cancel{2x^3}+2x^2+4x-\cancel{2x^3}-4x-x^2-2=0$

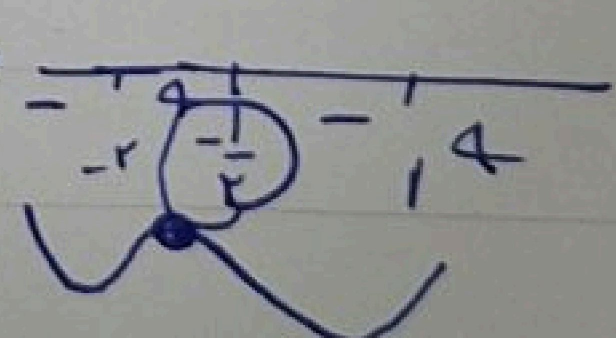
$\Rightarrow x^2-2=0 \Rightarrow x=\pm\sqrt2 \begin{cases} x=\sqrt2 \Rightarrow y=\frac{4-\sqrt2}{7}<1 \\ x=-\sqrt2 \Rightarrow y=\frac{4+\sqrt2}{7}>1 \end{cases}$

$\boxed{max=\frac{4+\sqrt2}{7}}$ $\boxed{min=\frac{4-\sqrt2}{7}}$ $\xrightarrow{\times} = 8$

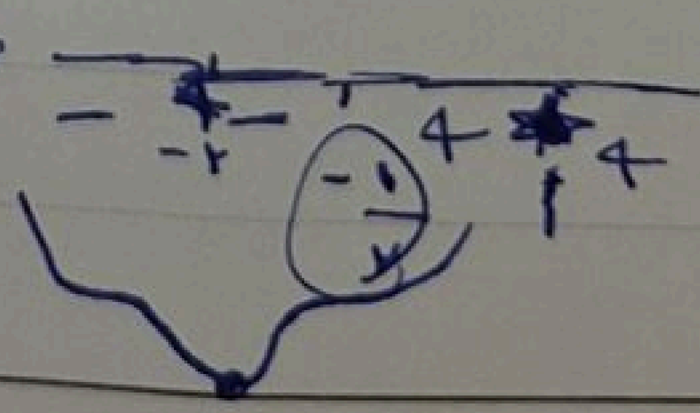
۱۰) $y=(x-1)(x+2)=x^2-2+x$ — $a=1$ $\quad b=-2$

$y=(x^2+x-2)^2 \Rightarrow y'=2(2x+1)(x^2+x-2)=0$

$x=-\frac12$ $\quad x=-2$ $\quad x=1$



$y=(x^2+x-2)^3 \Rightarrow y'=3(2x+1)(x^2+x-2)^2=0$



$-\frac12-(-\frac12)=0$