۱- ۲

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \to x^2+(1-y)x+y+2=0 \to x=\frac{y-1\pm\sqrt{y^2+1-2y-4y-8}}{2}$

$\to \Delta\geq 0 \to y^2-6y-7\geq 0 \to (y-7)(y+1)\geq 0 \to \begin{array}{ccccc} & -1 & & 7 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array} \to R_f=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$

۱۸/۷۵

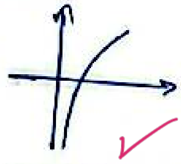
۲- ۲

الف) $y=2x^2-5x+1 \to Min\left|\begin{array}{l}\frac{5}{4}\\ \frac{25}{8}-\frac{25}{4}+1=-\frac{17}{8}\end{array}\right. \to R_f=[-\frac{17}{8},+\infty)$

ب) $Max\left|\begin{array}{l}3\\ 4\end{array}\right. \xrightarrow{\sqrt{\ }} R_f=[0,2]$

[illegible]

ج) $y=\sqrt{x^4-2x^3+4x+1} \longrightarrow$ بزرگترین توان فرد است $\to R_f=\mathbb{R} \xrightarrow{\sqrt{\ }} R_f=[0,+\infty)$

د) $x^3-2x^2+7x+4 \longrightarrow$ بزرگترین توان فرد است $\to \mathbb{R} \to f\underbrace{x^3-2x^2+7x+4}_{K,\ K\in\mathbb{R}} \to$  $\to R_f=\mathbb{R}$

۳- ۲

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-6} \xrightarrow{\text{هموگرافیک}} R_f=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}$

ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \to R_f=y-\{4\} \xrightarrow{\sqrt{\ }} R_f=[0,+\infty)-\{2\}$

ج) $\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}}=\frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}}=\underbrace{\sqrt{x^2+3}}_{\text{همواره مثبت}}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \to R_f=[\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}},+\infty)=[\frac{4\sqrt{3}}{3},+\infty)$

حداقل مقدار تابع به ازای $x=0$ است ← ی ۳

د) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4}=\underbrace{x^2+4+\frac{1}{x^2+4}}-4 \to R_f=[4+\frac{1}{4},+\infty) \xrightarrow{-4} R_f=[\frac{1}{4},+\infty)$

۴- ۲

$y=\frac{3x^2+3}{x^2-1} \to x^2=-\frac{-y-3}{y-3}=\frac{y+3}{y-3}=x^2 \to x=\pm\sqrt{\frac{y+3}{y-3}} \to \begin{array}{ccccc} & -3 & & 3 & \\ + & 0 & - & | & + \end{array}$

$\to R_f=(-\infty,-3]\cup(3,+\infty)$

۵- ۲

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3} \to \sin x=\frac{-(3y+1)}{y-2}=\frac{-3y-1}{y-2}=\sin x \xrightarrow{-1\leq\sin x\leq 1} -1\leq\frac{-3y-1}{y-2}\leq 1$

$\frac{-3y-1}{y-2}\leq 1 \to \frac{-3y-1-y+2}{y-2}\leq 0 \to \frac{-4y+1}{y-2}\leq 0 \to \begin{array}{ccccc} & \frac{1}{4} & & 2 & \\ - & 0 & + & | & - \end{array} \to (-\infty,\frac{1}{4}]\cup(2,+\infty)$

$-1\leq\frac{-3y-1}{y-2} \to \frac{-3y-1+y-2}{y-2}\geq 0 \to \frac{-2y-3}{y-2}\geq 0 \to \begin{array}{ccc} -\frac{3}{2} & & 2 \end{array} \to [-\frac{3}{2},2)$

اشتراک $\to R_f=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

$x^2-x+1\neq 0 \longrightarrow D(\cdot \longrightarrow D_f=R$

-۶ (۱/۲۵)

$f(x)=\dfrac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1} \longrightarrow R_f: \dfrac{x^2-x+1-\frac{3}{4}}{x^2-x+1}=1-\dfrac{3}{4x^2-4x+4}$

مخرج همواره مثبت ← صورت همواره $\frac{3}{4}$ واحد از مخرج کوچکتر است و هر ۲ عبارت مثبت هستند $R_f=[0,1)$

$\longrightarrow \underbrace{4x^2-4x+4}_{a}\geq 3 \longrightarrow 1-\dfrac{3}{a} \longrightarrow 0\leq 1-\dfrac{3}{a} \longrightarrow R_f=[0,+\infty)$

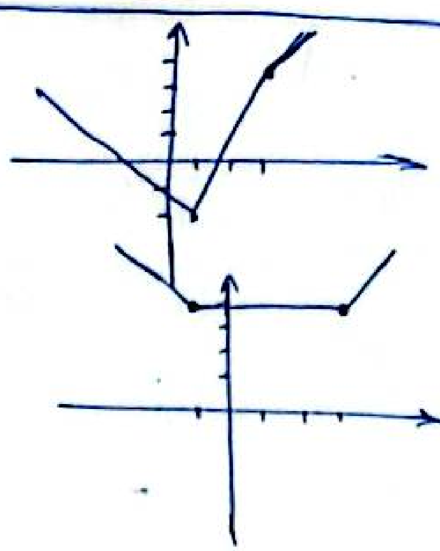
-۷ (۲)

الف) $y=|2x-2|-|x-3| = \begin{cases} x+1 & x\geq 3\\ 3x-5 & 1\leq x\leq 3\\ -x-1 & x\leq 1\end{cases} \longrightarrow$

$R_f=[-2,+\infty)$

ب) $|x-3|+|x+1| \longrightarrow \begin{cases} 2x-2 & x\geq 3\\ 4 & -1\leq x\leq 3\\ -2x+2 & x\leq -1\end{cases} \longrightarrow$

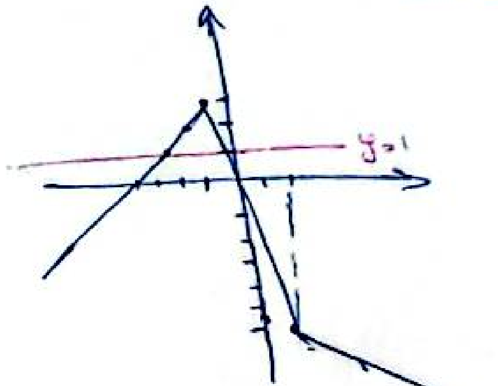
$\longrightarrow R_f=[4,+\infty)$



-۸ (۲)

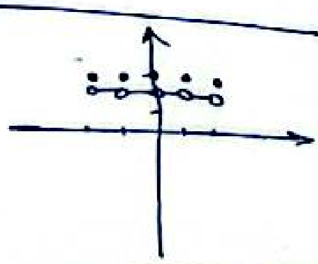
$y=|x-3|-|2x+2| \longrightarrow \begin{cases} -x-4 & x\geq 3\\ -3x & -1\leq x\leq 3\\ x+4 & x\leq -1\end{cases}$

$\longrightarrow x\in(-\infty,-3]\cup[-\frac{1}{3},+\infty)$



-۹ (۱/۵)

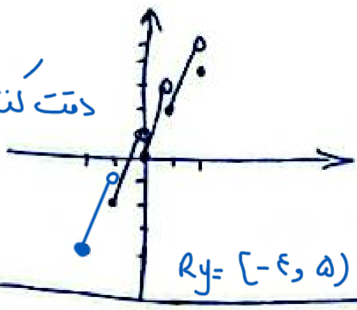
الف) $[x]+[3-x]=[x]+[-x]+3$:



$R_f=\{2,3\}$

ب) $3x-[x]$:

دقت کن!



$R_y=[-4,5)$

$R_f=[-2,5)\cup\{-3\}$

-۱۰ (۲)

الف) $y=x^2-x+1$

$\begin{cases} x=1\to y=1\\ x=-1\to y=3\\ -\frac{b}{2a}\to\frac{1}{2}\to y=\frac{3}{4}\end{cases}$ $R_f=[\frac{3}{4},3]$

ب) $y=x^4+x^2+1=(x^2)^2+x^2+1$

$\begin{cases} x^2=1\to y=3\\ x^2=0\to y=1\\ -\frac{b}{2a}\to-\frac{1}{2}\to x^2=-\frac{1}{2}\times\end{cases}$ $R_f=[1,3]$