نام و نام خانوادگی ...... شایان هیتیان ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ...... دوازدهم B ......

۱۴/۷۵ آفرین!

۱ (۲)

$y = \frac{x^2+x+2}{x-1} \rightarrow yx - y = x^2+x+2 \rightarrow x^2 + (1-y)x + 2 + y = 0$

$x = \frac{y-1 \pm \sqrt{\Delta}}{2} \rightarrow \Delta \geq 0 \rightarrow (1-y)^2 - 4(1)(2+y) \geq 0 \rightarrow y^2 - 6y - 7 \geq 0$

$\rightarrow (y-7)(y+1) \geq 0 \rightarrow y \in (-\infty, -1] \cup [7, +\infty) \rightarrow R_f \; (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$

۲ (۱/۷۵)

الف) $y = 2x^2 - 5x + 1 \rightarrow x_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} \rightarrow y_{\text{رأس}} = \frac{-17}{8} \rightarrow R_f = [\frac{-17}{8}, +\infty)$

دقت!

ب) $g: y = \sqrt{-x^2+4x-5} \rightarrow x_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \rightarrow y_{\text{رأس}} = 4 \rightarrow y = \sqrt{[4, +\infty)}$

$= [2, +\infty) \rightarrow R_g = [2, +\infty)$ $[0, 2]$ $(-\infty, 4]$

ج) $g: y = \sqrt{x^3 - 3x^2 + 4x + 1}$ بازه‌ی بین اعداد مثبت برد $f = R \rightarrow \sqrt{R} = [0, +\infty)$ R_g

د) $y = \log(x^3 - 6x^2 + 7x + 4) \rightarrow \log R$ → عدد مثبتی که بی‌نهایت اعداد ⊕ هم هرچی تشکیل کرده → $\log R = R \rightarrow R_f = R$

۳ (۲)

الف) $y = \frac{3x+1}{2x-6} \rightarrow$ برد تابع هموگرافیک $= R - \{\frac{a}{c}\} \rightarrow R_f = R - \{\frac{3}{2}\}$

ب) $y = \sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \rightarrow R_f = R - \{4\} \rightarrow \sqrt{R - \{4\}} = [0, +\infty) - \{2\}$ R_g

ج) $y = \frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} \rightarrow y = \frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$ → کمترین مقدار → $\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \rightarrow R_f = [\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty)$

د) $y = x^2 + \frac{1}{x^2+4} \rightarrow y + 4 = x^2 + 4 + \frac{1}{x^2+4} \rightarrow y + 4 \in [\frac{17}{4}, +\infty) \rightarrow y \in [\frac{1}{4}, +\infty) = R$

۴ (۲)

$y = \frac{3x^2+4}{x^2-1}$ → روش اصلی $yx^2 - y = 3x^2 + 4 \rightarrow (y-3)x^2 - y - 4 = 0$

$x = \frac{\pm\sqrt{\Delta}}{2(y-3)}$ ، $y \neq 3 \rightarrow \Delta \geq 0 \rightarrow -4(y-3)(-y-4) \geq 0 \rightarrow$ $(-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$ ، $y \neq 3$

$y = 3 \rightarrow -7 = 0$ ✗ $\rightarrow R_f \; (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

روش ۲ → بیشترین مقدار $x^2 = +\infty \rightarrow \frac{3(+\infty) + 4}{+\infty - 1} = 3$ ، کمترین $= 0 \rightarrow -4$ مرجع مرزلحه

$\rightarrow R_f \; (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

۵ (۲)

$y = \frac{2\sin x - 1}{\sin x + 3} \rightarrow \sin x = -\frac{3y+1}{y-2} \rightarrow \sin x = \frac{-3y-1}{y-2}$ ، $-1 \leq \; \leq 1$

$-1 \leq \frac{-3y-1}{y-2} \leq 1$ → $\frac{-4y+1}{y-2} \leq 0 \rightarrow y \geq 2 \;\; y \leq \frac{1}{4}$ ؛ $\frac{-2y-3}{y-2} \geq 0 \rightarrow -\frac{3}{2} \leq y < 2$ → ∩ $[-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

روش ۲ → بیشترین مقدار $\sin = 1 \rightarrow f(1) = \frac{1}{4}$ ، کمترین $\sin = -1 \rightarrow f(-1) = \frac{-3}{2}$

→ مرجع مرزلحه → $[-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}] = R_f$

۶ (۲)

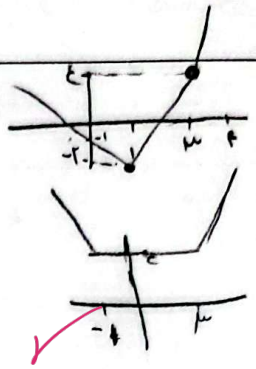
$f(x) = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1}$ → بیشترین مقدار $x^2 - x \to +\infty \to f(+\infty) = 1$

کمترین مقدار $x^2 - x \to$ برای $x = \frac{1}{2} \to f(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4} \to f(-\frac{1}{4}) = 0$

$\to$ برد مشخص شده $R_f = [0, 1)$ ✓

۷ (۲)

الف) $y = |2x+1| - |x-3|$ رسم ✓



$f(4) = 4$
$f(1) = -2$
$f(0) = -1$
$f(3) = 3$

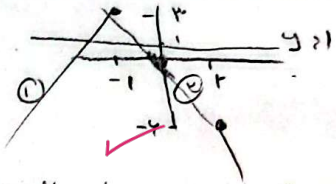
$R_f = [-2, +\infty)$ ✓

ب) $y = |x-3| + |x+1|$ رسم ✓ تلاقی

$R_f = [4, +\infty)$ ✓

۸ (۲)

$|x-2| - |2x+2| \leq 1$ رسم ✓



$\to$ نقطه ① با $y=1$ تقاطع دارد $\to -x+2+2x+2 = 1 \to x+4 = 1 \to x = -3$

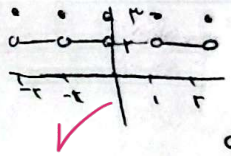
نقطه ② با $y=1$ تقاطع $-x+2-2x-2 = 1 \to -3x = 1 \to x = -\frac{1}{3}$

جواب طبق شکل $(-\infty, -3] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$ ✓

۹ (۲)

$y = [x] + [3-x] \to y = [x] + [-x] + 3$

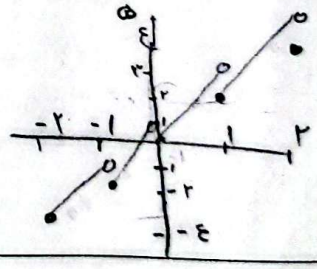
$x \in \mathbb{Z} \to 0$
$x \to \mathbb{Z}^+ \to -1$



$R_f = \{3, 2\}$ ✓

ب) $y = 3x - [x]$

$0 \leq x < 1 \to y = 3x$
$1 \leq x < 2 \to y = 3x - 1$
$2 \leq x < 3 \to y = 3x - 2$



$R_f = [-4, 6)$ ✓

۱۰ (۲)

الف) $y = \sin^2 x - \sin x + 1$

$\sin x = 1 \to y = 1$
$\sin x = -1 \to y = 3$
$\sin x = \frac{1}{2} \to y = \frac{3}{4}$

$\to R_f = [\frac{3}{4}, 3]$ ✓

ب) $y = \sin^4 x + \sin^2 x + 1$

$\sin^2 x = 0 \to y = 1$
$\sin^2 x = 1 \to y = 3$
$\sin^2 x = \frac{1}{2} \to y = \frac{3}{4}$

$\to R_f = [1, 3]$ ✓