نام و نام خانوادگی ...سایان هیستیان.... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس دوازدهم B........

۱

$y = \frac{x^2+x+2}{x-1} \to yx - y = x^2+x+2 \to x^2+(1-y)x+2+y = 0$

$x = \frac{y-1 \pm \sqrt{\Delta}}{2} \to \Delta \ge 0 \to (1-y)^2 - 4(1)(2+y) \ge 0 \to y^2-6y-7 \ge 0$

$\to (y-7)(y+1) \ge 0$ $\quad \begin{matrix} -1 & & 7 \\ + & - & + \end{matrix} \to y \in (-\infty,-1] \cup [7,+\infty) \to R_f = (-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$

۲

الف) $y = 2x^2-5x+1 \to x_{رأس} = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} \to y_{رأس} = \frac{-17}{8} \to R_f = [\frac{-17}{8},+\infty)$

ب) $y = g\circ f: \sqrt{-x^2+6x-5}$ (f) $\quad x_{رأس} = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3 \to y_{رأس} = 4 \to y = \sqrt{[4,+\infty)}$ (برد f)

$= [2,+\infty) \to R_{g\circ f} = [2,+\infty)$

ج) $g: y = \sqrt{x^7-3x^2+4x+1}$ (f) برد یک تابع درجه فرد $f = R \to \sqrt{R} = [0,+\infty) = R_g$

د) $= \log(x^3-6x^2+7x+4)$ (f) $\to \log R \leadsto$ عبارت منفی که لوگ ندارد اعداد (+) هم همچنین تعریف نکرده $\to \log R^+ = R \to R_f = R$

۳

الف) $y = \frac{3x+1}{2x-6} \longrightarrow$ برد تابع هموگرافیک $= R - \{\frac{a}{c}\} \to R_f = R - \{\frac{3}{2}\}$

ب) $y = \sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \to R_f = R - \{4\} \to \sqrt{R-\{4\}} = [0,+\infty) - \{2\} = R_g$

ج) $y = \frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} \to y = \frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow{\text{کمترین مقدار}} \sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \to R_f = [\frac{4\sqrt{3}}{3},+\infty)$

د) $y = x^2 + \frac{1}{x^2+4} \to y+4 = x^2+4+\frac{1}{x^2+4} \leadsto y+4 \in [\frac{17}{4},+\infty) \to y \in [\frac{1}{4},+\infty) = R$

۴

$y = \frac{3x^2+4}{x^2-1} \xrightarrow{\text{روش اصلی}} yx^2 - y = 3x^2+4 \to (y-3)x^2 - y - 4 = 0$

$x = \frac{\pm\sqrt{\Delta}}{2(y-3)}$ $\quad y \ne 3 \to \Delta \ge 0 \to -4(y-3)(-y-4) \ge 0 \to \begin{matrix} -4 & & 3 \\ + & - & + \end{matrix} \quad y \ne 3$

$(-\infty,-4] \cup (3,+\infty)$

$y = 3 \to -7 = 0 \quad \times \to R_f = (-\infty,-4] \cup (3,+\infty)$

روش ۲ $\longrightarrow$ بیشترین مقدار $x^2 = +\infty \to \frac{3+\infty+4}{+\infty-1} = 3$ ، کمترین $= 0 \to -4$ [illegible]

$\to R_f = (-\infty,-4] \cup (3,+\infty)$

۵

$y = \frac{2\sin x - 1}{\sin x + 3} \to \sin x = -\frac{3y+1}{y-2} \to \sin x = \frac{-3y-1}{y-2}$, $\quad -1 \le \sin x \le 1$

$-1 \le \frac{-3y-1}{y-2} \le 1$ → $\frac{-4y+1}{y-2} \le 0 \to y \ge 2 ,\ y \le \frac{1}{4}$ ؛ $\frac{-2y-3}{y-2} \ge 0 \to -\frac{3}{2} \le y < 2$ $\xrightarrow{\cap} [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

روش ۲ $\longrightarrow$ بیشترین مقدار $\sin = 1 \to f(1) = \frac{1}{4}$ ، کمترین $\sin = -1 \longrightarrow f(-1) = \frac{-3}{2}$

[illegible] $\longrightarrow [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}] = R_f$

۶

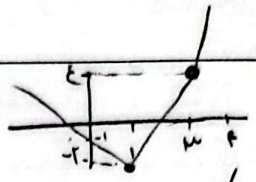
$f(x) = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1}$ → بیشترین مقدار $x^2 - x \to +\infty \longrightarrow f(+\infty) = 1$

کمترین مقدار $x^2 - x \to$ برای $x = \frac{1}{2} \to f(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4} \longrightarrow f(-\frac{1}{4}) = 0$

$\longrightarrow$ برد مشخص شد $R_f = [0\ 1)$

۷

الف) $y = |2x+1| - |x-3|$ رسم



$f(4) = 4$
$f(1) = -2$
$f(0) = -1$
$f(3) = 3$

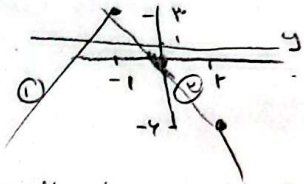
$R_f = [-2, +\infty)$

ب) $y = |x-3| + |x+1|$ رسم

$R_f = [4, +\infty)$

۸

$|x-2| - |2x+2| \geq 1$ رسم



$\longrightarrow$ شاخه ① با $y=1$ تقاطع دارد $\to -x+2-2x-2 = 1 \to -3x = 1 \to x = -\frac{1}{3}$

شاخه ② با $y=1$ تقاطع $\to x-2+2x+2 = 1 \to 3x = 1 \to x = \frac{1}{3}$

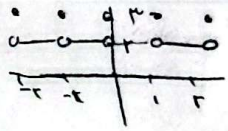
جواب نامعادله $(-\infty, -3) \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$

۹

$y = [x] + [3-x] \to y = [x] + [-x] + 3$

$x \in \mathbb{Z} \to 0$
$x \notin \mathbb{Z} \to -1$

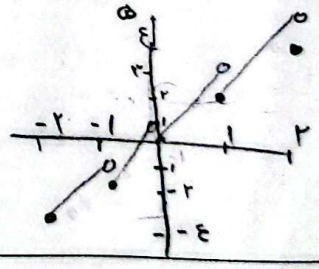
$R_f = \{3, 2\}$



ب) $y = 2x - [x]$

$0 \leq x < 1 \to y = 2x$
$1 \leq x < 2 \to y = 2x - 1$
$2 \leq x < 3 \to y = 2x - 2$
$3 \leq x < 4 \to y = 2x - 3$

$R_f = [-2, 6)$



۱۰

الف) $y = \sin^2 x - \sin x + 1$

$\sin x = 1 \longrightarrow y = 1$
$\sin x = -1 \longrightarrow y = 3$
$\sin x = \frac{1}{2} \longrightarrow y = \frac{3}{4}$

$\longrightarrow R_f = [\frac{3}{4}, 3]$

ب) $y = \sin^4 x + \sin^2 x + 1$

$\sin^2 x = 0 \longrightarrow y = 1$
$\sin^2 x = 1 \longrightarrow y = 3$
$\sin^2 x = -\frac{1}{2}$ ق

$\longrightarrow R_f = [1\ 3]$