Year...... Month...... Day......   Subject......

به نام خدا

کیوان مکارم شبب   تکلیف ۳   (دوازدهم تجربی B)

① $y = \frac{x^2+x+2}{x-1} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} yx - y = x^2+x+2 \to x^2 + (1-y)x + (2+y) = 0$

$x = y-1 \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(2+y)} \Rightarrow (1-y)^2 - 4(2+y) \geq 0$

$\to y^2 - 2y + 1 - 8 - 4y \geq 0 \to y^2 - 6y - 7 \geq 0 \to (y+1)(y-7) \geq 0$

$\quad -1 \quad 7$; $+ \quad - \quad +$ $\to R_f = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$ ✓

② الف) $y = 2x^2 - 5x + 1 \to y_{\text{رأس}} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(25-8)}{8} = -\frac{17}{8}$

$\xrightarrow{a>0} R_f = (-\frac{17}{8}, +\infty)$ ✓

ب) $y = \sqrt{-x^2+6x-5} \xrightarrow{\text{رادیکال}} y_{\text{رأس}} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(36-20)}{-4} = 4$

$\xrightarrow{a<0} R_f = [0, 2]$ ✓

ج) $R_f = [0, +\infty)$ ✓ $(R_f = \sqrt{R})$: بزرگترین ضریب ۷ است . بنابراین

د) $\log(x^3 - 6x^2 + 7x + 4) \to R_f = (-\infty, +\infty)$ ✓

③ الف) $y = \frac{3x+1}{2x-6} \to R_f = R - \{\frac{c}{a}\} \Rightarrow R_f = R - \{\frac{3}{2}\}$

ب) $y = \sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \xrightarrow{\text{رادیکال}} R_f = [0, +\infty) - \{2\}$

ج) $y = \frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} \to \frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}} \Rightarrow y = \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow[\text{طبق}^*]{\sqrt{x^2+3} \geq 0} R_f = [\sqrt{3}, +\infty)$

* کمترین مقدار $\sqrt{x^2+3} = \sqrt{3}$

د) $= x^2 + \frac{1}{x^2+4} \to x^2+4+\frac{1}{x^2+4} - 4 \xrightarrow{x^2+4>0} 2 \leq x^2+4+\frac{1}{x^2+4} < +\infty$

$\xrightarrow{-4} R_f = -2 \leq x^2+4+\frac{1}{x^2+4} - 4 < +\infty \to R_f = [-2, +\infty)$

④

روش اصلی: $y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$ طرفین وسطین $\to yx^2-y=3x^2+4 \to yx^2-3x^2=y+4$

$x^2(y-3)=y+4 \to x^2=\frac{y+4}{y-3} \to x=\pm\sqrt{\frac{y+4}{y-3}} \to$ (جدول تعیین علامت: -4 ، 3 ؛ $+\ |\ -\ |\ +$ ؛ ۰ ، ن)

$\to R_f=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$ ✓

روش دوم: می‌دانیم $\Rightarrow 0\le x^2<+\infty \to$ ① $x^2=0 \to y=-4$ ، ② $x^2\to+\infty \to y=3$

$\to$ مخرج قابلیت صفر شدن دارد: $R_f=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$ ✓

---

⑤

روش اصلی: $y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$ طرفین وسطین $\to y\sin x+3y=2\sin x-1$

$y\sin x-2\sin x=-3y-1 \to \sin x(y-2)=-3y-1 \to \sin x=\frac{3y+1}{2-y}$

$-1\le\sin x\le1 \to -1\le\frac{3y+1}{2-y}\le1 \to$ ① $\frac{3y+1}{2-y}\le1 \to \frac{3y+1-2+y}{2-y}\le0$

$\frac{4y-1}{2-y}\le0 \Rightarrow$ (جدول: $\frac14$ ، 2 ؛ $-\ |\ +\ |\ -$ ؛ ۰ ، ن) $\to(-\infty,\frac14]\cup(2,+\infty)$

② $\frac{3y+1}{2-y}\ge-1 \to \frac{3y+1+2-y}{2-y}\ge0 \Rightarrow \frac{2y+3}{2-y}\ge0 \to$ (جدول: $-\frac32$ ، 2 ؛ $-\ |\ +\ |\ -$ ؛ ۰ ، ن)

$\to(-\frac32,2)$ $\xrightarrow[\cap]{①,②} R_f=[-\frac32,\frac14]$ ✓

روش دوم: می‌دانیم $\Rightarrow -1\le\sin x\le1$ $\xrightarrow[①]{\sin x=1} y=\frac{2-1}{1+3}=\frac14$ ، $\xrightarrow[②]{\sin x=-1} y=\frac{-2-1}{-1+3}=-\frac32$

①، ② مخرج قابلیت صفرشدن ندارد $\Rightarrow R_f=[-\frac32,\frac14]$ ✓

---

⑥

$y=\frac{x^2-x+\frac14}{x^2-x+1} \Rightarrow D_f=\mathbb{R}$ ✓ (چون در مخرج $\Delta<0$ است، ریشه‌ای ندارد که مخرج را صفر کند)

$0\le x^2<+\infty$ $\xrightarrow[①]{x=0} \frac{\frac14}{1}=\frac14$ ، ② : $x^2=+\infty \to y=1 \to R_f=[\frac14,1]$

② راه: $yx^2-yx+y=x^2-x+\frac14 \to (y-1)x^2+(1-y)x+y-\frac14=0$

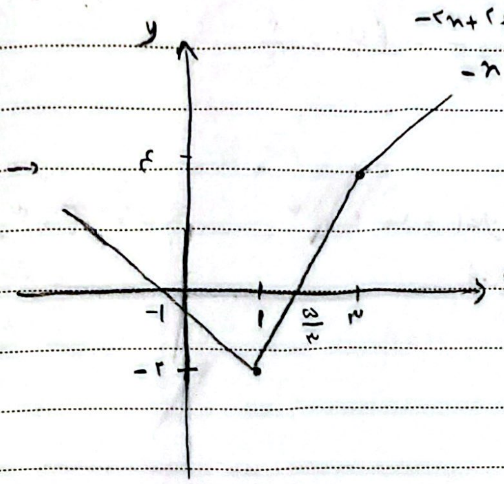
$x=\frac{y-1\pm\sqrt{-4y^2+5y-1}}{2y-2}$ ، $\ge0 \to -4(y-1)(y-\frac14)\ge0 \Rightarrow$ (جدول: $\frac14$ ، 1 ؛ $-\ |\ +\ |\ -$)

$\Rightarrow R_f=[\frac14,1]$ ✓

۷

الف) $y = |2x-2| - |x-3| \Rightarrow$

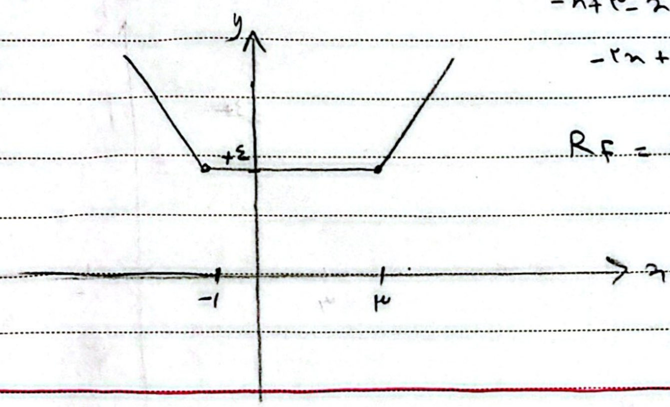
	1		3	
$-2x+2+x-3$	|	$2x-2+x-3$	|	$2x-2-x+3$
$-x-1$		$3x-5$		$x+1$



$R_f = [-2, +\infty)$ ✓

ب) $y = |x-3| + |x+1| \Rightarrow$

	-1		3	
$-x+3-x-1$	|	$3-x+x+1$	|	$x-3+x+1$
$-2x+2$		4		$2x-2$



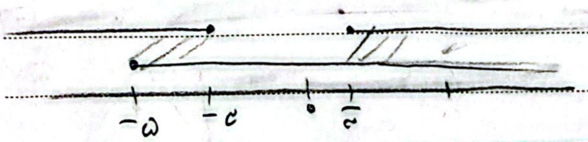
$R_f = [4, +\infty)$ ✓

۸

$|x-2| - |2x+2| \leq 1 \Rightarrow$

	-1		2	
$-x+2+2x+2$	|	$2-x-2x-2$	|	$x-2-2x-2$
$x+4$		$-3x$		$-x-4$

$\rightarrow -x-4 \leq 1 \rightarrow x \geq -5$ و $-3x \leq 1 \rightarrow x \geq -\frac{1}{3}$, $x+4 \leq 1 \rightarrow x \leq -3$

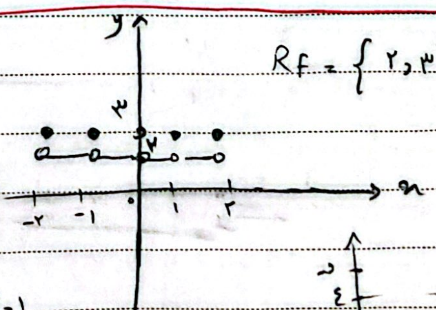


$\rightarrow [-5, -3] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$

۹

الف) $y = [x] + [-x] + 3$

$f(x) = \begin{cases} [x]+[-x] = 0 & x \in Z \\ [x]+[-x] = -1 & x \notin Z \end{cases}$



$R_f = \{2, 3\}$ ✓

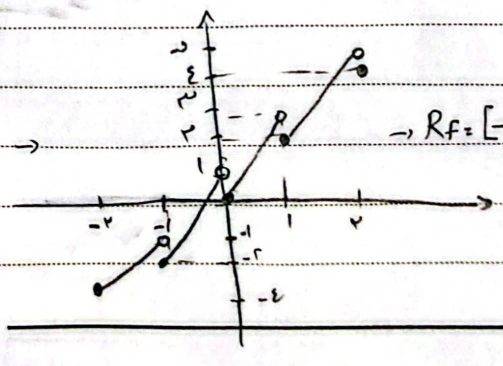
ب) $3x - [x] \rightarrow 3x+2 \quad -2 \leq x < -1$

$\rightarrow 3x+1 \quad -1 \leq x < 0$

$3x \quad 0 \leq x < 1$

$3x-1 \quad 1 \leq x < 2$

$3x-2 \quad x=2$



$\rightarrow R_f = [-4, 5)$

Year..... Month..... Day.....

Subject:.....

(١٥)

ج١) $y = \sin^2 x - \sin x + 1$ ⟶ ① $\sin x = 1 \rightarrow y = 1 - 1 + 1 = 1$

② $\sin x = -1 \rightarrow y = 1 + 1 + 1 = 3$, $\frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} \rightarrow f(\frac{1}{2}) = \frac{3}{4}$

$\rightarrow Rf = [-1, 3]$ ✓

ب) $y = \sin^4 x + \sin^2 x + 1$ ① $\sin^2 x = 1 \rightarrow y = 1 + 1 + 1 = 3$ ⟶ $Rf = [1, 3]$ ✓

② $\sin^2 x = 0 \rightarrow y = 1$, $\sin^2 x = -\frac{1}{2}$ ✗ ج ق غ