

۱
 $y^2 - y = x^2 + 2x + 2 \Rightarrow x^2 + x - y + (2+y) = 0$
 $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow (1-y)^2 - 4(2+y) \Rightarrow \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow$
 $\rightarrow y - 1 \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(2+y)} \Rightarrow \sqrt{\Delta} \geq 0 \Rightarrow 1 + y^2 - 2y - 8 \geq 0 \Rightarrow y^2 - 2y - 7 \geq 0$
 $\rightarrow \frac{y-1 \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(2+y)}}{2} \Rightarrow \frac{-1}{+} \mid \frac{7}{-} \mid + \Rightarrow [R - (-1, 7)] \Rightarrow R_f$

۲
 الف) جدول درجه دو است نقطه ای که در آن $\min$ یا $\max$ بودن آن نکته مهمی است.
 ب) مثلث متساوی الساقین و این تساوی که باید از آن استفاده کرد، برادر ایدیل بگیریم.
 ج) بالایی توان قواعد درجه بود تابع R در آن بود زیر ایدیل با دو توان است پس $R_f \Rightarrow [0, +\infty)$
 د) توان خود بالایی توان است در نتیجه 0 و 1 که یکدیگر برز متناهی می شود $\leftarrow (-\infty, +\infty)$

۳
 الف) تابع همگرا نیست پس بررسی شود {عبارت نام} $\leftarrow R - \{ \frac{3n+1}{2n-2} \} \rightarrow$ تابع
 ب) مثلث با اقطار از برز تابع رادیکال می گیریم $\rightarrow$ تابع $\rightarrow [0, +\infty) - \{2\}$
 ج) کمترین مقدار تابع $\frac{1}{\sqrt{4}}$ است $\rightarrow R_f \Rightarrow [\frac{1}{\sqrt{4}}, +\infty)$
 د) همانطور که دیدیم کمترین مقدار $\frac{1}{\sqrt{4}}$ است بنا بر این کمترین مقدار عبارت $\left\{ \frac{1}{\sqrt{4}} \right\}$ است و لیست توان متناهی عبارت (∞) است بنا بر این $\leftarrow R_f \Rightarrow [\frac{1}{\sqrt{4}}, +\infty)$

۴
 الف) $y = \frac{3x^2+4}{x^2-1} \rightarrow \frac{y-3}{-y-4} \Rightarrow \frac{y-3}{y+4} = x^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{y-3}{y+4}} \Rightarrow \frac{-4}{+} \mid \frac{3}{-} \mid +$
 $\rightarrow (-\infty, -4] \cup [3, +\infty)$
 ب) در جدول
 خارج صفر می شود $\Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow x^2 - 1 \Rightarrow \frac{3}{\infty} \Rightarrow 3$
 $R_f \rightarrow (-\infty, -4] \cup [3, +\infty)$

۵
 الف) $y \sin x + 3y = 2 \sin x - 1 \Rightarrow \sin x (y-2) = -1-3y \Rightarrow \sin x = \frac{-1-3y}{y-2} \Rightarrow \frac{1+3y}{2-y}$
 $\sin x = \frac{1+3y}{2-y} \rightarrow \frac{1+3y}{2-y} \leq 1 \rightarrow \frac{1+3y}{2-y} \leq 1 \rightarrow \frac{1+3y}{2-y} \leq 1 \rightarrow \frac{1+3y}{2-y} \leq 1$
 ب) ارزش
 $\sin x \in [-1, 1] \Rightarrow f(-1) = \frac{3}{2}$
 $f(1) = \frac{1}{2}$
 $R_f \Rightarrow \left[-\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right]$

داده: f تابع دارد به ازای x در $\mathbb{R}$ به صورت $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ است. دامنه برابر با $\mathbb{R}$ است.

$x^2 - 1 \rightarrow \min \Rightarrow \left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow \left[\frac{1}{x}\right] + \infty$

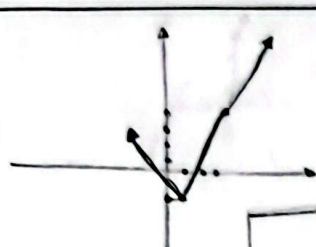
$f(+\infty) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \Rightarrow 1$

$f\left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow 0$

$\rightarrow [0, 1]$ پاسخ

نمونه دارای ۵۶ است پس بین ۲ عدد محسوب می شود.

۶



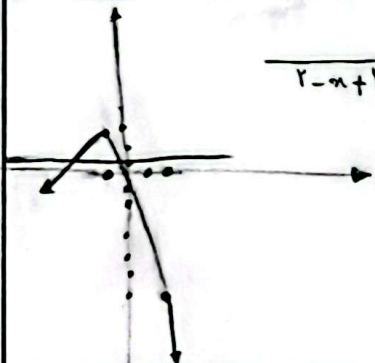
$x=1$ و $x=3$ ریشه ها
 $\downarrow$
 $\downarrow$
 0 و 2

الف) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ پاسخ $\rightarrow [2, +\infty)$



ب) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ پاسخ $\rightarrow [2, +\infty)$

۷



$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -1$

$R = \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ پاسخ

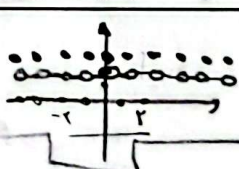
$-x - 2 \geq -5 \Rightarrow x \geq 3$ ق. ۱
 $-3x \geq -1 \Rightarrow x \leq \frac{1}{3}$ ق. ۲
 $x + 2 \geq 1 \Rightarrow x \geq -1$ ق. ۳

$\begin{cases} -x - 2 \geq -5 & x \geq 3 \\ -3x \geq -1 & -1 < x \leq \frac{1}{3} \\ x + 2 \geq 1 & x \geq -1 \end{cases}$

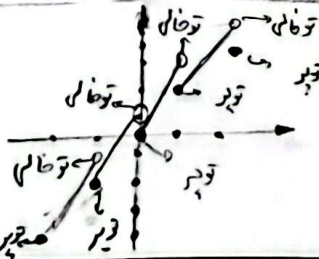
۸

$[x] + [-x] + 3$

$R = \{3, 2\}$



$-2 \leq x < 1 \Rightarrow 3x + 2$
 $-1 < x < 0 \Rightarrow 3x + 1$
 $0 < x < 1 \Rightarrow 3x$
 $1 \leq x < 2 \Rightarrow 3x - 1$



$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ پاسخ $\rightarrow [-2, 5]$

۹

$\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}$
 $\min \Rightarrow -1 \Rightarrow 1$
 $\max \Rightarrow 1 \Rightarrow 1$

$R_f = \left[\frac{3}{2}, 1\right]$ پاسخ

الف)

۱۰

$\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}$

$\min \Rightarrow 0 \Rightarrow 1$
 $\max \Rightarrow 1 \Rightarrow 3$

$R_f \rightarrow [1, 3]$ پاسخ

ب)